



**IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO DE TRANSFORMADOR MONOFÁSICO PARA EL  
ESTUDIO DE FERRORESONANCIA EN TRANSFORMADORES CONECTADOS A  
TRAVÉS DE CABLES SUBTERRÁNEOS**

**Manuel Fernando Valois Rodriguez**

**Universidad del valle  
Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica  
Programa Académico de Ingeniería Eléctrica  
Santiago de Cali, 13 de Marzo de 2014.**

**IMPLEMENTACIÓN DE MODELO DE TRANSFORMADOR MONOFÁSICO PARA EL  
ESTUDIO DE FERRORESONANCIA EN TRANSFORMADORES CONECTADOS A  
TRAVÉS DE CABLES SUBTERRÁNEOS**

**Manuel Fernando Valois Rodriguez**

**Proyecto de Grado presentado ante el programa de pregrado como requisito para  
optar al título de INGENIERO ELECTRICISTA**

**Director.**

**Ferley Castro Aranda  
Ingeniero Electricista (Ph.D).**

**Codirector.**

**Carlos Arturo Manrique.  
Ingeniero Electricista**

**Universidad del valle  
Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Eléctrica y Electrónica  
Programa Académico de Ingeniería Eléctrica  
Santiago de Cali, 13 de Marzo de 2014.**

**Nota de aceptación**

-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----

-----  
Jorge Enrique Celis Ing.

-----  
Javier Corea M.Sc, Ing.

-----  
Ferley Castro Aranda Ph.D.

-----  
Carlos Arturo Manrique M.Sc, Ing.

**Santiago de Cali, 13 de Marzo de 2014.**

## DEDICATORIA

*A todas las personas que en el transcurso de estos veinticuatro años han contribuido de diferentes formas en la construcción del camino que me permiten hoy aspirar a titularme como ingeniero electricista, me refiero a todos mis familiares, profesores y amigos...*

*A aquellas personas que hoy no pueden estar presentes para celebrar en su compañía la finalización de este ciclo que un día iniciamos juntos, a mi abuela por sí mi mayor referente de honestidad y lealtad para consigo mismo.*

*A mi madre por haber sido quien en mis primeros años formó en mí la disciplina y la confianza necesaria para haber afrontada de manera exitosa estos años de formación profesional.*

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco el ingeniero Carlos Arturo Manrique Lemos por su colaboración durante el desarrollo de este trabajo de grado. Por su paciencia en aquellos momentos de desinterés y displicencia y por siempre haber tenido la disponibilidad para atender mis dudas, considerar y evaluar mis propuestas en camino de la elaboración de este documento.

Al profesor Ferley Castro Arando cuya labor trasciende este trabajo de grado ya que fue quien me interesó por la investigación en el campo de la ingeniería, por haber tenido en su voz siempre una palabra de aliento para los diferentes procesos personales y académicos que desarrollé durante mi vida universitaria.

A todos los demás profesores cuyas cátedras dieran las bases para haber enfrentado de manera exitosa la culminación de mis estudios profesionales.

## TABLA DE CONTENIDO

	Pag.
LISTADO DE GRAFICAS .....	VIII
LISTADO DE TABLAS.....	X
RESUMEN.....	XI
INTRODUCCIÓN.....	13
1. MODELOS DE TRANSFORMADOR MONOFÁSICO PARA ESTUDIOS DE FERRORESONANCIA.....	14
1.1    Introducción.....	14
1.2    Circuito eléctrico equivalente del transformador monofásico .....	15
1.3    Modelos para la representación del núcleo del transformador.....	22
1.3.1    Modelos basados en la característica de histéresis. ....	23
1.3.2    Modelos del núcleo basados en la curva de saturación. ....	28
1.4    Selección de modelo a implementar.....	31
2. SOLUCIÓN MATEMÁTICA, PARAMETRIZACIÓN Y PROGRAMACIÓN DEL MODELO PI DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO UTILZANDO EL MODELO POLINOMIAL COMO RESPRESENTACION DE LA CARACTERISTICA DE SATURACIÓN DE NÚCLEO.....	34
2.1    Parametrización modelo Pi equivalente del transformador monofásico .....	34
2.1.1    Prueba de resistencia de devanados.....	34
2.1.2    Prueba de pérdidas en vacío. ....	36
2.1.3    Prueba de pérdidas bajo carga.....	37
2.1.4    Modelo polinomial de saturación del núcleo para el modelo Pi del transformador.....	38
2.2    Solución matemática modelo Pi del transformador monofásico.....	40
2.3    Implementacion computacional del modelo pi del transformador monofasico.....	44
2.3.1    Programación en MATLAB. ....	44
2.3.2    Programación en FERROUV.....	47
3. VALIDACION MODELO PI TRANSFORMADOR MONOFASICO IMPLEMENTADO EN FERROUV .....	49
3.1    Parametrización de transformadores.....	50

3.1.1	Transformador N°1 .....	50
3.1.2	Transformador N°2 .....	52
3.1.3	Transformador N°3 .....	54
3.2	Comparaciones simulaciones modelo Pi en ATP y modelo pi implementado en FerroUV .....	57
3.3	Comparación de simulaciones y pruebas experimentales. ....	62
3.4	Análisis de resultados. ....	69
4.	CONCLUSIONES. ....	70
5.	REFERENCIAS .....	71
ANEXO 1. SOLUCIÓN MATEMÁTICA MODELO PI DEL TRANSFORMADOR MONOFÁSICO .....		74
ANEXO 2- CÁLCULO PARÁMETROS TRANSFORMADORES VALIDACIÓN. ....		79
ANEXO 3 - FUTUROS TRABAJOS. ....		84
ANEXO 4 - REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMPLEMENTARIAS. ....		84

## LISTADO DE GRAFICAS

Figura 1.	Trayectorias del flujo magnético dentro de un transformador monofásico acorazado .....	15
Figura 2.	2a-Circuito magnético transformador monofásico de la figura 1 .....	16
	2b-Reducción del circuito magnético de la figura 2a.....	16
Figura 3.	Principio de la dualidad para cálculo del circuito dual eléctrico.....	17
Figura 4.	4a-Circuito dual equivalente del circuito magnético del transformador monofásico.....	17
	4b-Reducción del Circuito dual equivalente de la figura 4a .....	17
Figura 5.	Circuito eléctrico equivalente del transformador monofásico. ....	18
Figura 6.	Circuito equivalente del modelo Pi para transformadores monofásicos....	18
Figura 7.	Circuito equivalente del modelo T para transformadores monofásicos.....	19
Figura 8.	8a-Circuito equivalente del modelo Pi para transformadores monofásicos teniendo en cuenta las capacitancias internas .....	21
8b-	Circuito equivalente del modelo T para transformadores monofásicos teniendo en cuenta las capacitancias internas.....	21
Figura 9.	Característica de saturación del transformador .....	22
Figura 10.	Característica de histéresis del transformador .....	23
Figura 11.	Criterios de clasificación de los modelos para la representación de la característica de saturación del núcleo de transformadores.....	31
Figura 12.	Circuito práctico para cálculo de parámetros del transformador sin carga. ....	36
Figura 13.	Circuito práctico para cálculo de parámetros del transformador en cortocircuito.....	37
Figura 14.	Circuito equivalente modelo Pi transformador monofásico. ....	40
Figura 15.	Diagrama de bloques implementación modelo Pi del transformador monofásico en MATLAB.....	45
Figura 16.	Superposición resultados de tensión simulación "Monofasico_Info01" en MATLAB y ATP utilizando una capacitancia de 7.08nf. ....	46
Figura 17.	Superposición resultados de corriente simulación "Monofasico_Info01" en MATLAB y ATP utilizando una capacitancia de 7.08nf. ....	46
Figura 18.	Inclusión de la característica "Modelo" dentro del cuadro de dialogo para parámetros del transformador en FerroUV. ....	47
Figura 19.	Diagrama de bloques programación método "trafocalPI" en FerroUV para cálculos de parametros de modelo Pi.....	48
Figura 20.	Montaje para realización de pruebas experimentales de ferresonancia.	49



Figura 21.	Cuadro de dialogo de la herramienta SIPTUV1_0 utilizada para la determinacion de las parametros, a, b, n del modelo polinomial para la representación de la característica de saturación del núcleo.....	50
Figura 22.	Implementación modelo Pi en ATP. ....	57
Figura 23.	Comparación de resultados para las simulaciones de pruebas de ferroresonancia por baja tensión del transformador “MonofasicoInfo_01” utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente en ATP, con una capacitancia de 15uf. A) Tensión, B) Corriente.....	57
Figura 24.	Comparación de resultados para las simulaciones de pruebas de ferroresonancia por baja tensión del transformador T1 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente en ATP, con una capacitancia de 0.009735µf. A) Tensión, B) Corriente. ....	59
Figura 25.	Comparación de resultados para simulaciones de pruebas de ferroresonancia por alta tensión del transformador T3 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente en ATP, con una capacitancia de 0,01uf.A)Tensión, B) Corriente. ....	60
Figura 26.	Comparación de resultados para las simulaciones de pruebas de ferroresonancia por baja tensión del transformador T3 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente en ATP, con una capacitancia de 5uf. A) Tensión, B) Corriente. ....	61
Figura 27.	Implementación modelo T en ATP. ....	62
Figura 28.	Diagrama circuital conexión pruebas experimentales.....	63
Figura 29.	Comparación de resultados para simulaciones del transformador T1 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente T en ATP, contra los resultados experimentales utilizando una capacitancia de 160uf. A).Tensión B) Corriente.....	64
Figura 30.	Comparación de resultados de simulaciones del transformador T1 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente T en ATP, contra los resultados experimentales utilizando una capacitancia de 10uf. A).Tensión B) Corriente.....	65
Figura 31.	Comparación de resultados para simulaciones del transformador T2 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente T en ATP, contra los resultados experimentales utilizando una capacitancia de 80uf. A).Tensión B) Corriente.....	67
Figura 32.	Comparación de resultados para simulaciones del transformador T2 utilizando el modelo Pi implementado FerroUV y su equivalente T en ATP, contra los resultados experimentales utilizando una capacitancia de 160uf. A).Tensión B) Corriente.....	68
Figura 33.	Circuito equivalente modelo Pi transformador monofásico. ....	74

## LISTADO DE TABLAS

Tabla 1.	Comparación de los modelos para la representación de la característica de saturación de transformadores y aplicables al estudio de la Ferroresonancia .....	32
Tabla 2.	Resultados pruebas de rutina transformador T1.....	50
Tabla 3.	Resultados pruebas de rutina transformador T2.....	52
Tabla 4.	Resultados pruebas de rutina transformador T3.....	54
Tabla 5.	Resultado pruebas experimentales de ferroresonancia transformador T1.	63
Tabla 6.	Resultado pruebas experimentales de ferroresonancia transformador T2.	66

## RESUMEN

Debido a la necesidad de prevenir la aparición del fenómeno de la ferresonancia en transformadores, en especial en transformadores de distribución, el Grupo de Investigación en Alta Tensión de la Universidad del Valle ha venido trabajando en la construcción de una herramienta computacional llamada FerroUV que permita a los usuarios simular el comportamiento de transformadores con conexión subterránea, de modo que se pueda prevenir la aparición del fenómeno.

De esta manera y conociendo el trabajo de investigadores en distintas partes del mundo que sugieren la utilización del modelo Pi del transformador en lugar del modelo T, siendo este último el modelo que con mayor popularidad se ha utilizado en estudios con transformadores; justificando estos investigadores que el modelo Pi guarda una mejor correlación con la estructura física del transformador que adjudica a los resultados obtenidos de este un grado de confianza superior a los del modelo T en cuanto a exactitud y precisión se refiere. En este trabajo de grado se ha desarrollado la solución matemática del modelo Pi para transformadores monofásicos, para luego ser implementada tanto en MATLAB como en FerroUV, en este último con el objeto que el usuario pueda elegir con qué modelo, Pi o T, simular la operación de su transformador monofásico conectado a través de cables subterráneos.

El resultado final fue un modelamiento del transformador monofásico a partir del modelo Pi que luego de ser comparado con datos de pruebas reales y simuladas en el software ATP, permiten concluir que el modelamiento realizado cumple con una precisión y una exactitud adecuada para el estudio de fenómenos transitorios en transformadores monofásicos, en especial el del fenómeno de la ferresonancia.

## INTRODUCCIÓN

El término ferroresonancia designa todos los fenómenos oscilatorios que aparecen en un circuito eléctrico que comprende al menos los siguientes elementos:

- Una inductancia no lineal (ferromagnética saturable).
- Un condensador.
- Una fuente de tensión (generalmente sinusoidal).

Las redes eléctricas se componen de numerosas inductancias saturables (transformadores de potencia, transformadores inductivos de medida de tensión), así como capacitancias (cables, líneas largas, transformadores capacitivos de tensión, condensadores de compensación serie o shunt, condensadores de reparto de tensión entre cámaras de corte de interruptores automáticos, centros de transformación blindados). Por lo tanto las redes son susceptibles de presentar configuraciones propicias para la existencia de ferroresonancia [1] .

La principal característica de este fenómeno es la de presentar al menos dos regímenes permanentes estables. El fenómeno de la ferroresonancia aparece a continuación de transitorios como sobretensiones de origen atmosférico, conexión o desconexión de transformadores o de cargas, haciéndose posible la transición brusca de un estado estable normal (sinusoidal a la misma frecuencia que la red) a otro estado estable ferroresonante caracterizado por fuertes sobretensiones y por importantes tasas de armónicos peligrosas para los equipos.

La conexión de transformadores a través de cables subterráneos está creciendo rápidamente en aplicaciones residenciales, comerciales, industriales y rurales. Este tipo de conexión tiene ciertas ventajas como disminuir la contaminación visual y brindar mayor seguridad al poder ubicarse en lugares alejados; aunque son ideales para que el transformador presente un régimen ferroresonante a causa de la capacitancia del cable.

Si bien en el mercado existen herramientas que permiten la simulación del fenómeno de ferroresonancia en transformadores, todas estas herramientas utilizan un complejo modelo matemático del transformador para el cual es necesario un gran número de pruebas además de un conocimiento profundo del fenómeno, lo cual los hace ideales para estudios exhaustivos necesarios en proyectos de investigación, pero no para análisis de ferroresonancia en las labores cotidianas de la ingeniería, haciéndose más difícil su utilización si tenemos en cuenta sus costos elevados.

Por esto la Universidad del Valle entre los años 2009 y 2011 desarrollo un proyecto de investigación llamado “Herramienta para el estudio de ferroresonancia en transformadores conectados con cables”, bajo la dirección del doctor Ferley Castro Aranda en el cual se desarrolló una herramienta llamada FerroUV la cual permite realizar la simulación del fenómeno de ferroresonancia en transformadores con una exactitud muy similar a la de sus homólogos pero con una metodología más sencilla [1] .

# **1. MODELOS DE TRANSFORMADOR MONOFÁSICO PARA ESTUDIOS DE FERRORESONANCIA**

## **1.1 INTRODUCCIÓN**

El estudio del funcionamiento de los transformadores tanto en régimen estable como transitorio, y todos los fenómenos asociados a estos incluida la ferresonancia están íntimamente ligados al modelamiento que se haga de este, es decir, de la cantidad de datos que llevan a una representación cada vez más exacta del mismo; Es así como dependiendo del estudio a realizar se selecciona un modelo que considere los parámetros críticos para dicho estudio; modelo a través del cual se obtengan datos lo más cercanos a los que se presentan durante el funcionamiento real del transformador; es así como por ejemplo para el estudio de transformadores a alta frecuencia es indispensable considerar la presencia de las capacitancias inherentes a la construcción del transformador las cuales no se tienen en cuenta para la mayoría de estudios de estado estable.

Existen varias configuraciones circuitales para la representación de un transformador monofásico como los modelos “Pi” y “T”, siendo el modelo “T” el más ampliamente usado ya que representa la mejor opción al realizar un balance entre la exactitud de los resultados y la complejidad del análisis matemático a ejecutar. Sin embargo, estudios recientes demuestran que bajo ciertas características constructivas del transformador el modelo “T” genera errores de exactitud que alejan de manera considerable los resultados de los análisis matemáticos de los resultados experimentales, razón por la cual algunos autores recomiendan el uso del modelo “Pi” [2].

Luego de definir el modelo circuital para el estudio, es necesario definir el modelo para cada uno de los componentes de este según la necesidad, es así como en este caso el elemento crítico en la exactitud del análisis es el modelo del núcleo del transformador, el cual junto con la capacitancia debida a la naturaleza de los conductores de alimentación conforman el circuito ferresonante, el cual, será el punto principal de este estudio.

En conclusión, para obtener resultados los más acertados posibles durante un estudio de ferresonancia, es necesario disponer de un modelo circuital del transformador con el mayor grado de detalle posible, que incluya la mayor cantidad de variables de todas las que interfieren en el fenómeno; como es el caso de las capacitancias internas del transformador, las cuales normalmente no se utilizan para el estudio de fenómenos transitorios a pesar que su presencia y dependiendo de su magnitud afecta en mayor o menor grado los resultados a obtener. Igualmente, una vez definido el modelo circuital se debe buscar la representación más exacta posible de cada uno de los elementos que componen el modelo del transformador; siendo especialmente importante el núcleo del transformador; es preciso aclarar que entre más detallado sea el modelo del transformador mayor será la dificultad del análisis matemático, razón por la cual se debe encontrar un punto de equilibrio entre la dificultad de la solución matemática y la exactitud de los resultados a obtener.

## 1.2 CIRCUITO ELÉCTRICO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

R. López García en su tesis doctoral titulada “Desarrollo y Validación de Modelos de Transformadores Monofásicos y Trifásicos con Saturación, para el Análisis de Armónicos en Sistemas de Potencia”[3] expone las principales técnicas para el modelado de transformadores las cuales se resumen en modelos basados en inductancias propias y mutuas, modelos basados en inductancias de dispersión, modelos basados en el principio de la dualidad, modelos basados en medidas geométricas y modelos basados en campos electromagnéticos; de las cuales la más utilizada en estudios de investigación es el modelo basado en el principio de la dualidad.

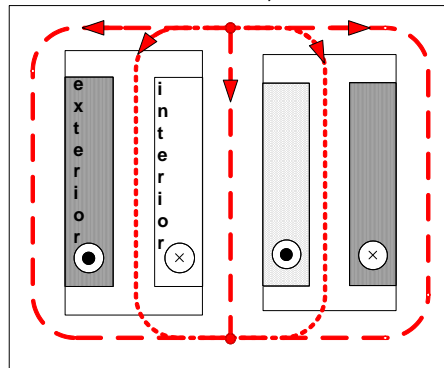
El proceso del modelo basado en el principio de la dualidad consiste en obtener el circuito equivalente eléctrico partiendo del modelo magnético, este último es creado a criterio de quien lo diseña con las hipótesis y condiciones más convenientes. El objetivo final es obtener una réplica fiel del funcionamiento del transformador en condiciones determinadas. De este objetivo dependerá la profundidad de la caracterización de los parámetros [3]

El modelo de dualidad fue presentado por E. Colín Cherry en 1948 [4] y fue aplicado por G.R Slemon en 1953 [7] al circuito equivalente del transformador monofásico. Modelo el cual incluía tanto el circuito eléctrico como el magnético, y el cual se denominó como modelo equivalente Pi y cuya simplificación se conoció tiempo después como el modelo T equivalente del transformador monofásico, el cual se difundió ampliamente entre los investigadores.

A continuación se presenta en detalle la aplicación del método de dualidad y los cálculos necesarios para la obtención del modelo eléctrico equivalente de un transformador monofásico.

Como primer paso en la Figura 1 se definen todas las posibles trayectorias que puede tomar el flujo magnético a través del transformador.

Figura 1. Trayectorias del flujo magnético dentro de un transformador monofásico acorazado, G.R. Slemon, “Electric Machines and Drives”, Universidad de Toronto, Canada, 1992

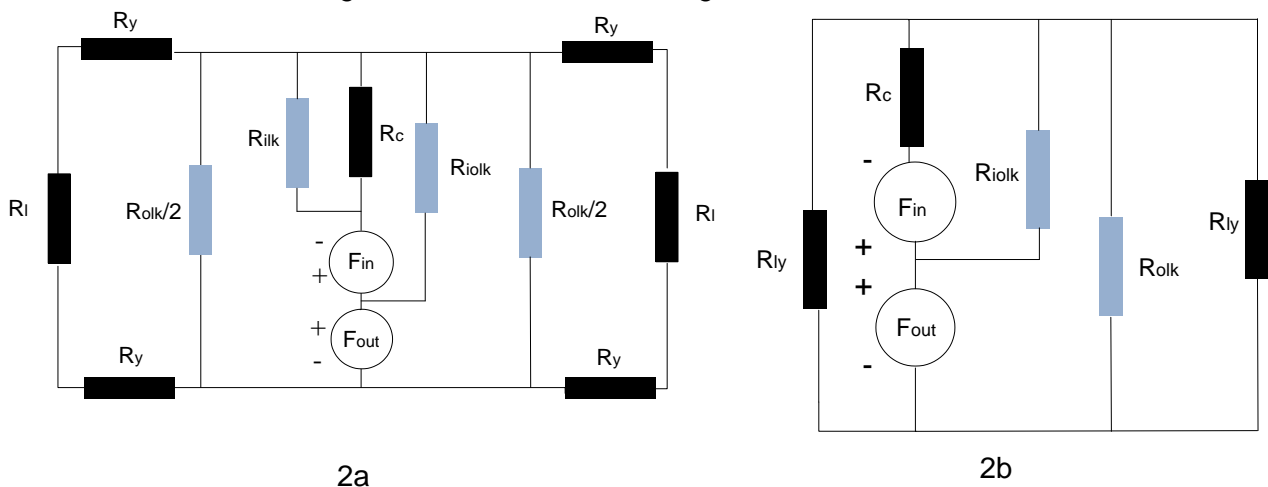


Las posibles trayectorias que puede tomar el flujo magnético son mostradas en la Figura 1 con color rojo. Se observa claramente que en la pierna central se encuentran todas las fuerzas magnetomotrices para luego fluir a través de las piernas exteriores, los yugos y el aire, en este último principalmente a través de las bobinas.

De acuerdo con lo descrito por G.R. Slemon en [5] y [7] es posible reducir las reluctancias de las columnas externas del transformador,  $R_l$  y  $R_y$ , mostradas en la Figura 2-a, representándolas como un único parámetro  $R_{ly}$ , como se muestra en la Figura 2-b.

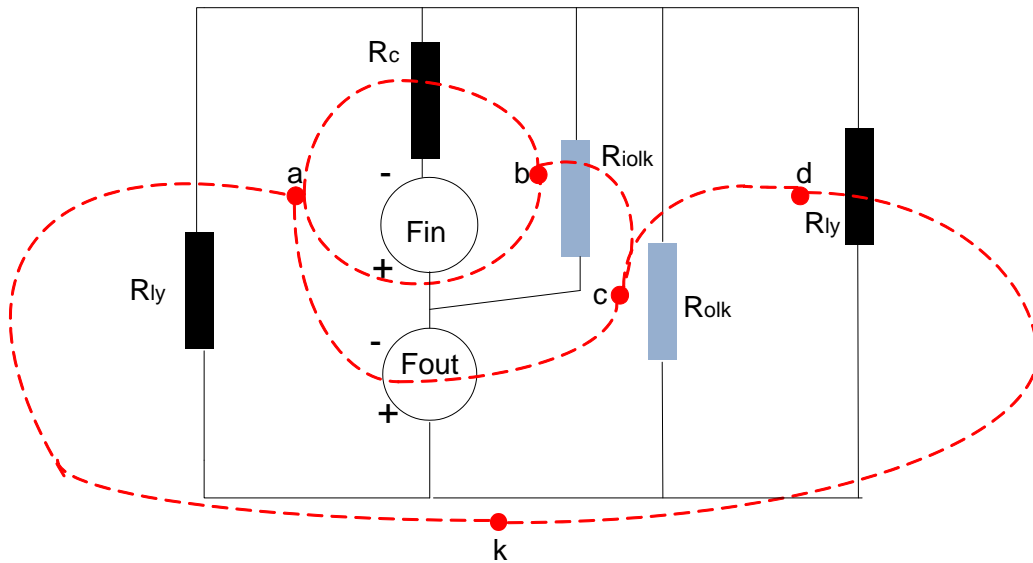
Aplicando la reducción propuesta por G.R. Slemon es posible reducir parte del flujo que atraviesa el aire; esto se hace despreciando el flujo ( $R_{ilk}$ ) existente entre el núcleo ( $R_c$ ) y la bobina más próxima a este ( $F_{in}$ ), mientras que el flujo ( $R_{olk}/2$ ) existente entre la bobina más lejana ( $F_{out}$ ) y el núcleo se concentra en un solo valor ( $R_{olk}$ ). Con esto se obtiene el circuito magnético de la Figura 2-b.

Figura 2. 2a-Circuito magnético transformador monofásico de la figura 1  
2b-Reducción del circuito magnético de la figura 2a  
Diagrama cortesía del M.Sc, Ing. Javier Arturo Corea



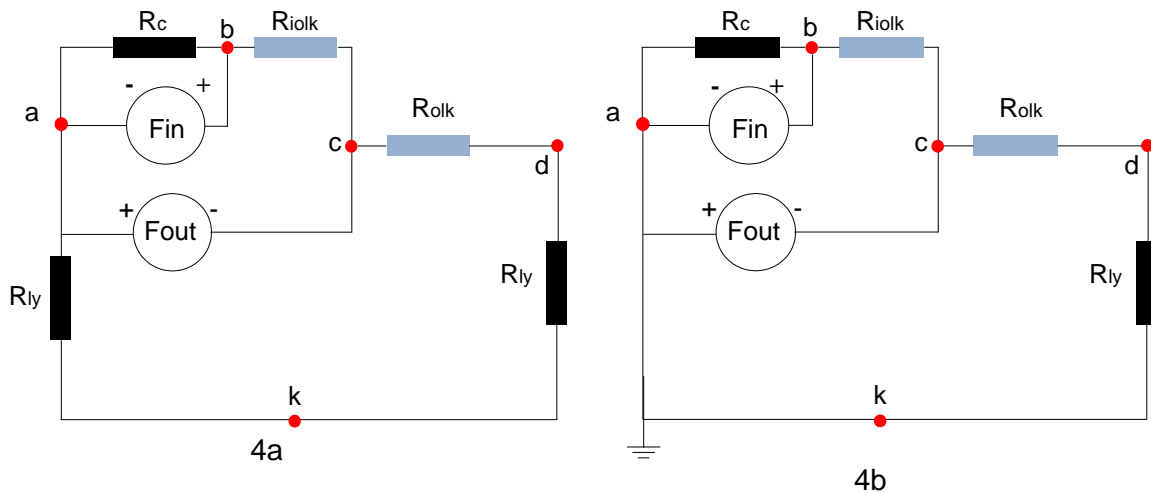
De acuerdo al principio de dualidad es posible calcular el equivalente eléctrico del circuito magnético de la Figura 2b. Para esto es necesario cambiar las mallas presentes por nodos ubicando un punto dentro de cada malla, los cuales se denominaran como a, b, c y d en la Figura 3; paso seguido se ubica un punto fuera del circuito el cual se denominará k, para finalmente dibujar una serie de líneas que parten de cada uno de los nodos hacia el punto k y que a su paso deben atravesar cada elemento existente en el circuito [3] .

Figura 3. Principio de la dualidad para cálculo del circuito dual eléctrico, Diagrama cortesía del M.Sc, Ing. Javier Arturo Corea



Las trayectorias resultantes son marcadas con rojo en la Figura 3 y son estas las que dibujan el circuito eléctrico equivalente. Antes de realizar el cambio de las reluctancias y las  $F_{mm}$  se muestra la nueva estructura del circuito en la Figura 4.

Figura 4. 4a-Circuito dual equivalente del circuito magnético del transformador monofásico  
4b-Reducción del Circuito dual equivalente de la figura 4a  
Diagramas cortesía del M.Sc, Ing. Javier Arturo Corea

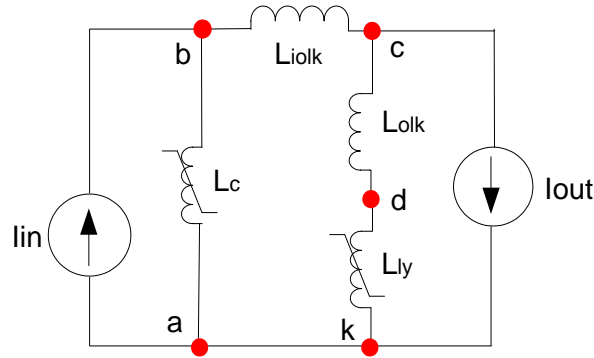


De acuerdo con lo descrito por G.R. Slemon en [5] es posible realizar una reducción más unificando las reluctancias de las piernas y los yugos,  $R_{ly}$  en la Figura 4-a, en un único parámetro como se muestra en la Figura 4-b. Con esta última reducción los puntos  $a$  y  $k$  se unifican para así finalmente sustituir en la Figura 5 las  $F_{mm}$  por fuentes de corriente y



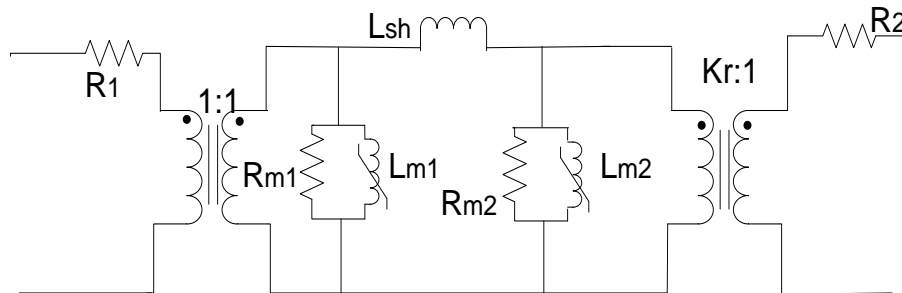
las reluctancias por inductancias; las inductancias del núcleo ( $L_c$  y  $L_{ly}$ ) por su naturaleza se comportan de manera no lineal mientras que las que atraviesan el aire ( $L_{iolk}$  y  $L_{olk}$ ) se consideran completamente lineales.

Figura 5. Circuito eléctrico equivalente del transformador monofásico. Diagrama cortesía del M.Sc, Ing. Javier Arturo Corea



Finalmente en la Figura 6 se sustituyen las fuentes de corriente por transformadores ideales, se adicionan las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  las cuales representan las pérdidas por efecto Joule y corrientes parasitas en los devanados, además de las pérdidas de potencia activa en distintas partes del transformador debido a los flujos de dispersión, también se agrega al modelo la resistencia  $R_m$  del núcleo y se desprecia la inductancia de dispersión  $L_{olk}$  con el fin que el total del flujo de dispersión queda representado por un único parámetro ahora llamado  $L_{sh}$ . En [6] J. A. Martínez aclara que tanto para transformadores tipo columna como para transformadores tipo acorazados, al utilizar el modelo de dualidad y pasar del circuito magnético a un circuito eléctrico equivalente, en ambos casos este circuito equivalente a la estructura Pi de la Figura 6.

Figura 6. Circuito equivalente del modelo Pi para transformadores monofásicos, F. de León, P. Gómez, J. A. Martínez-Velasco, y M. Rioual, "Power Systems transients parameter determination", Capítulo 4, Transformadores, 2010

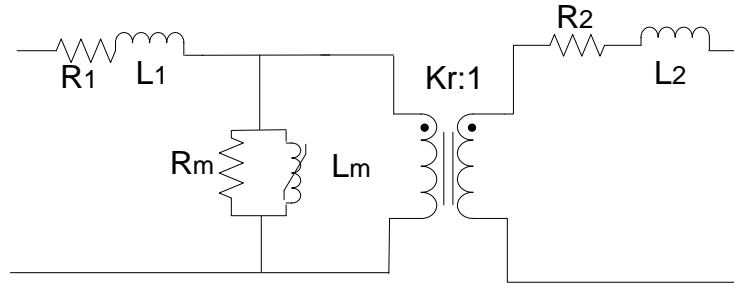


Para el modelo Pi de la Figura 6 el núcleo está representado a través de dos ramas de magnetización compuestas cada una de una inductancia no lineal ( $L_{m1}$  y  $L_{m2}$  que corresponden a  $L_c$  y  $L_{ly}$  de la Figura 5) en paralelo con una resistencia de valor constante ( $R_{m1}$  y  $R_{m2}$ ); siendo posible que estas dos ramas tengan valores diferentes tanto de resistencias como de inductancias, dependiendo esto de la simetría de los yugos y

piernas del transformador; el modelo para el núcleo se completa con la inductancia de dispersión  $L_{sh}$  (posición de  $L_{oilk}$  en la Figura 5).

Una vez se conoció el modelo Pi equivalente se realizó una simplificación más de este la cual consistió en unificar las dos ramas que representan el circuito magnético del núcleo, además de dividir el valor de  $L_{sh}$  en dos y agregarlo en serie con  $R_1$  y  $R_2$ , modificaciones las cuales carecen de alguna relación física con el transformador por lo que le restan precisión y exactitud en los resultados, este nuevo modelo es el ampliamente conocido modelo T, el cual se presenta en la Figura 7; presentando como ventaja que este nuevo modelo necesita de un esfuerzo menor para llegar a su solución matemática en comparación con el modelo Pi.

Figura 7. Circuito equivalente del modelo T para transformadores monofásicos, F. de León, P. Gómez, J. A. Martínez-Velasco, y M. Rioual, "Power Systems transients parameter determination", Capítulo 4, Transformadores, 2010



La relación existente entre ambos modelos se muestra en las siguientes ecuaciones.

$$L_{sh}=L_1+L_2$$

Ec 1.

$$R_{m1}=2R_m$$

Ec 2.

$$R_{m2}=2R_m$$

Ec 3.

$$L_{m1}=L_{m2}=2L_m$$

Ec 4.

Los valores de  $R_m$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $L_m$  y  $L_{sh}$  se obtienen de los resultados de las pruebas de laboratorio que se realizan al transformador.  $R_1$  y  $R_2$  son las resistencias series las cuales incluyen las pérdidas por efecto Joule y corrientes parasitas en los devanados, además de las pérdidas de potencia activa en distintas partes del transformador debido a los flujos de dispersión;  $R_m$ ,  $L_m$  y  $L_{sh}$  se calculan de los resultados de las pruebas de vacío y corto mediante las siguientes ecuaciones.

$$R_m(\Omega) = \frac{V_{1n0}^2}{P_0}$$

Ec 5.

$$L_m(H) = \frac{(V_{1nom})^2}{2\pi f \sqrt{\left(\frac{S_{nom} * I_0(\%)}{100}\right)^2 - p_0^2}}$$

Ec 6.

$$L_{sh} = \frac{\frac{V_{1nom}^2}{S_{nom}^2} \sqrt{\left(\frac{Z_{cc}(\%)*S_{nom}}{100}\right)^2 - P_{cc}^2}}{2\pi f}$$

Ec 7.

Dónde:

$V_{1n0}$  es el voltaje nominal del devanado donde se realizó la prueba de vacío.

$I_{0(\%)}$  es la corriente de vacío porcentual obtenida durante la prueba.

$Z_{cc}(\%)$  es la impedancia de cortocircuito porcentual.

$P_0$  son las pérdidas de potencia activa en vacío.

$P_{cc}$  son las pérdidas de potencia activa en corto circuito.

$f$  es la frecuencia nominal de la red.

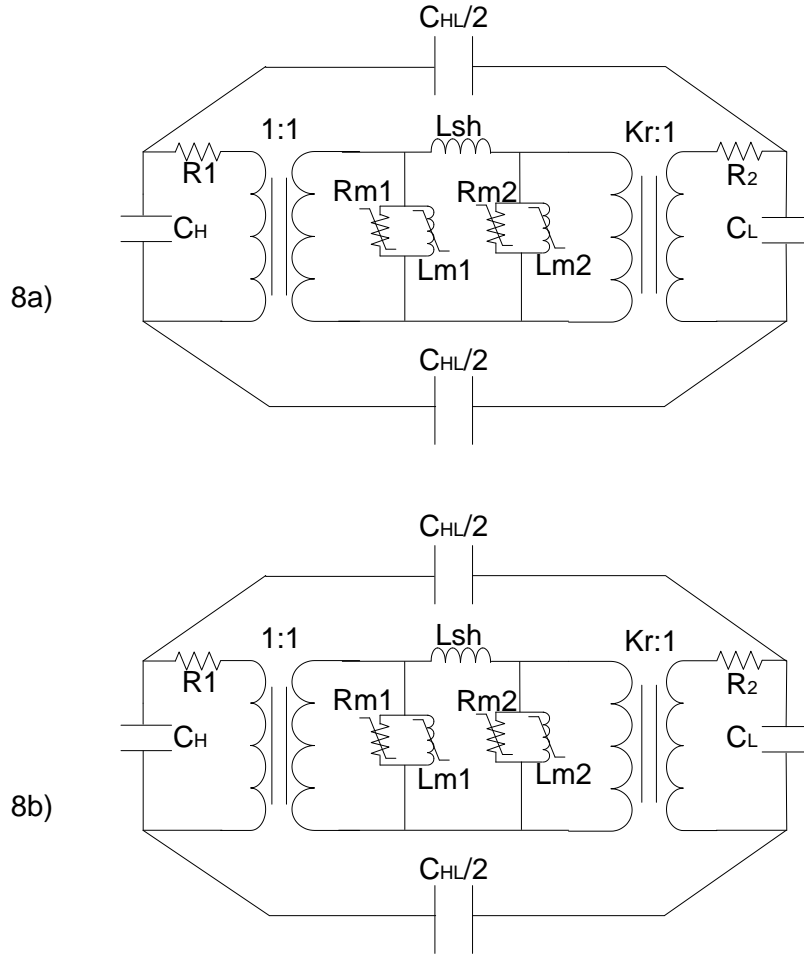
$S_{nom}$  es la potencia nominal del transformador.

En el aparte 2.1 se explica de manera detallado la medición y/o cálculo de estos parámetros.

De acuerdo con F. de León en [8] y [2] el modelo Pi responde mucho mejor aquellos transitorios con un grado alto de saturación tales como el inrush o la ferroresonancia. Esto gracias a que la representación del núcleo del transformador en el modelo Pi a través de dos ramas de magnetización, además de un parámetro concentrado para el flujo de dispersión, representan de una manera más exacta la saturación, los efectos de la histéresis y corrientes de Eddie en el núcleo, en comparación del modelo T en el que el parámetro que representa la dispersión se divide arbitrariamente en dos para ser agregado en serie con las resistencia R1 y R2 y poder realizar un equivalente de las dos ramas de magnetización que utiliza el Pi.

Adicionalmente, como ya se sabe uno de los parámetros determinantes en la evolución de la ferroresonancia es la capacitancia, pero no solo la externa al transformador si no también la interna de este; por lo que para tener una representación más acorde con la realidad es necesario agregar estas al modelo; de acuerdo con J. A. Martínez en [6] en el modelo T dichas capacitancias internas se deben ubicar como se muestra en la Figura 8-b y equivalentemente para el modelo Pi como se muestra en la Figura 8-a.

Figura 8. 8a-Circuito equivalente del modelo Pi para transformadores monofásicos teniendo en cuenta las capacitancias internas  
8b- Circuito equivalente del modelo T para transformadores monofásicos teniendo en cuenta las capacitancias internas  
F. de León, P. Gómez, J. A. Martínez-Velasco, y M. Rioual, "Power Systems transients parameter determination", Capítulo 4, Transformadores, 2010.



Donde  $C_L$  es la capacitancia entre el devanado de baja y tierra,  $C_H$  es la capacitancia entre alta y tierra y  $C_{HL}$  es la capacitancia entre devanados.

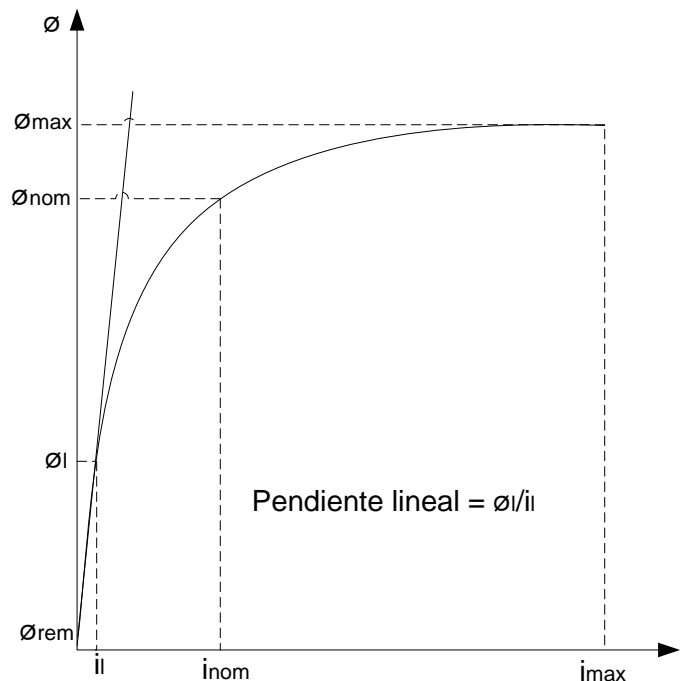
### 1.3 MODELOS PARA LA REPRESENTACIÓN DEL NÚCLEO DEL TRANSFORMADOR

La representación más común para el núcleo de los transformadores y utilizada en la mayoría de los estudios, es aquella que utiliza una combinación en paralelo de una inductancia no lineal (la cual representa la saturación magnética de núcleo) y una resistencia de valor constante (la cual representa las pérdidas en el núcleo); sin embargo, para el estudio de fenómenos transitorios a altas frecuencias puede ser necesaria la utilización de modelos más complejos que incluyan la característica de histéresis del transformador, siendo esta muy importante a la hora de determinar el flujo magnético residual en el núcleo [6] .

La característica de saturación del transformador (Figura 9) juega un papel importante en la mayoría de los estudios a bajas frecuencias, entre ellos la ferresonancia. Los parámetros más importantes de la característica de saturación son:

- La pendiente de la zona lineal de la curva ( $\phi_l/i_l$ ).
- El flujo remanente ( $\phi_{rem}$ ).
- El flujo nominal para la corriente de excitación ( $\phi_{nom}$ ).

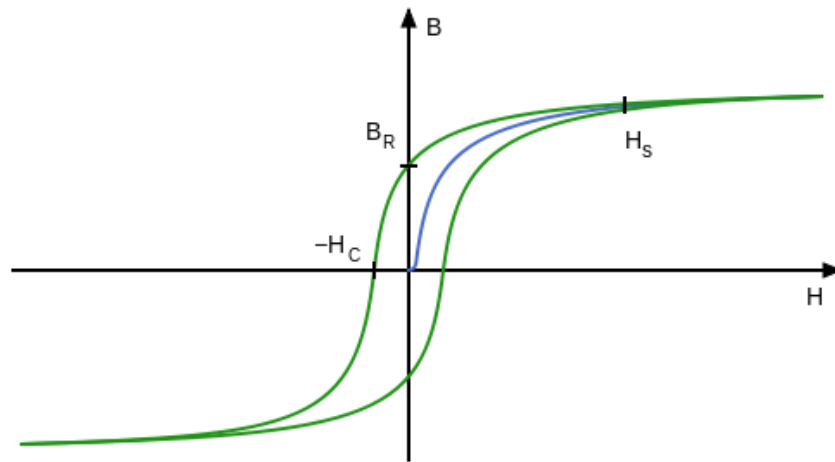
Figura 9. Característica de saturación del transformador



Por otro lado la característica de histéresis (Figura 10) se construye utilizando la siguiente información adicional:

- Pérdidas en el núcleo, en particular las pérdidas por histéresis, descritas por el área del ciclo.
- Corriente coercitiva ( $H_c$ ).
- Retentividad ( $B_R$ ), que es la medida de la habilidad del material a retener cierta cantidad de campo magnético residual cuando se extingue la fuerza de magnetización después de aumentarla hasta el punto de saturación ( $H_s$ ).

Figura 10. Característica de histéresis del transformador



### 1.3.1 Modelos basados en la característica de histéresis.

#### 1.3.1.1 Modelo de Jiles-Atherton [9] [10] .

El modelo propuesto por David Jiles y David Atherton presenta una forma de obtener la característica de histéresis a través de una serie de parámetros obtenidos a partir de pruebas experimentales. Los parámetros son calculados a partir de la susceptibilidad anhisterica en el origen, la coercitividad, la remanencia y las coordenadas de los extremos del lazo de histéresis.

La característica ferromagnética de la histéresis se representa con una ecuación diferencial la cual se basa en consideraciones de la imposibilidad de un movimiento uniforme de las paredes de dominio. Dicha ecuación produce un modelo fenomenológico en el que la magnetización anhisterica representa un mínimo global de energía el cual trata de alcanzar la magnetización, ante lo que la impedancia producto del movimiento de las paredes de dominio se opone.

La ecuación de histéresis es representada por dos componentes, la de reversibilidad y la de irreversibilidad, las cuales están representadas por las siguientes ecuaciones.

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{\delta k / \mu_0 - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad \text{Ec 8.}$$

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = C \left( \frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad \text{Ec 9.}$$

Dónde:

- $k$  es el coeficiente de pérdidas que puede ser expresado en Teslas.
- $M_{an}(H)$  es la magnetización anhisterica.
- $M_{rev}(H)$  es la componente reversible de la magnetización.
- $M_{irr}(H)$  es la componente irreversible de la magnetización.
- $C$  es un parámetro dependiente del material, que representa la energía asociada a los movimientos de las paredes de los dominios.

Algunas de las ventajas de este modelo son:

- Formulación en términos de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden.
- Solo utilizan cinco parámetros para el modelo
- La determinación de los parámetros es posible usando solo una medición del lazo de histéresis.

Algunas desventajas son:

- Dificultad en el proceso de identificación de los parámetros.
- Un comportamiento no físico cerca de los puntos del lazo de histéresis.
- Un lazo de histéresis no cerrado y asimétrico cuando no se alcanza la saturación.

Siendo este último un verdadero problema a la hora de utilizar este modelo en aplicaciones computacionales de campos magnéticos.

La principal característica de este modelo es la descomposición de la magnetización ( $M$ ) en unas componentes reversibles ( $M_{rev}$ ) las cuales corresponden al desplazamiento de las paredes del dómينو en contra del efecto de fijado. La relación entre estas dos componentes y la magnetización anhisterica ( $M_{an}$ ) son derivadas de las consideraciones físicas del proceso de magnetización.

### 1.3.1.2 Modelo Clásico de Preisach [12][13].

El modelo de Preisach predice la respuesta de un sistema con histéresis sin reproducir ningún proceso físico real. Se trata de un sistema de ajuste de curvas muy sofisticado que describe la histéresis como una colección de operadores superpuestos.

Un operador de histéresis,  $U_{ab}H(t)$ , es un ciclo elemental con dos estados estables, +1 o -1, que se adoptan en función del valor de la intensidad de campo  $H(t)$ . Conmuta de -1 a +1 cuando  $H > a$ , y de +1 a -1 cuando  $H < b$ . A los parámetros  $a$  y  $b$  se les denominan campos de conmutación. El operador de histéresis también puede formularse en función del campo coercitivo o crítico y el campo de interacción.

El modelo clásico de Preisach presenta dos propiedades. La primera es la propiedad de "borrado", la línea  $L(t)$  describe el estado del sistema, pero esta línea no depende del historial de  $H(t)$  completo, únicamente es modificada por los puntos máximos y mínimos de  $H(t)$ .

La segunda propiedad es la congruencia, sean dos historiales de intensidad de campo distintos, las dos líneas de estado  $L(t)$  de ambos historiales serán diferentes, se supone que a partir de cierto instante  $t_0$  ambos historiales coinciden; desde ese momento las dos líneas de estado forman en el plano  $a$ - $b$  un triángulo idéntico. Así pues, ambas describen ciclos iguales pero desplazados verticalmente por partir de estados iniciales diferentes.

El modelo de Preisach depende de dos parámetros, el primero, la inducción de saturación, y el segundo, la función densidad de operadores. La inducción de saturación se determina a partir del ciclo límite, por su parte, para dar solución a la densidad de operadores se disponen de varias posibilidades, siendo esto lo más difícil del modelo. La función de densidad puede ser resuelta a través de métodos de ajuste o por métodos de interpolación.

Los métodos por ajuste aunque requieren de un solo parámetro, presentan dificultades a la hora de aplicarse a materiales blandos como los utilizados en los núcleos de los transformadores, y es por eso que estos métodos no se utilizan en la solución del modelo.

Por otro lado, los métodos de interpolación ofrecen resultados más acordes al modelo, destacándose el método de Mayergoyz [14], el cual es un procedimiento numérico que aplica directamente la integral de Everett, ofreciendo buenos resultados independientemente del tipo de material; presentando la desventaja que requiere como datos experimentales un conjunto de al menos quince curvas inversas de primer orden, lo cual es muy difícil de obtener además que requiere de un tiempo de trabajo considerable [15].

El modelo de Preisach se suele denominar modelo clásico por su naturaleza estática, presenta unas carencias que pueden comprometer su empleo en ciertas aplicaciones, como por ejemplo, no puede tratar el efecto de la frecuencia o la forma de onda de la intensidad de campo, así como no es válido para aplicaciones que impliquen anisotropía.



Por lo anterior, es de interés un modelo que sea capaz de considerar los efectos temporales en las características magnéticas, haciéndose necesario un modelo dinámico. No obstante, aún no se dispone de un modelo que englobe todas las cualidades.

De este modelo dinámico de Preisach se derivan otra serie de modelos entre los cuales los más importantes son los modelos de Mayergoyz, Bertotti, Preisach inverso, D'alessandro-ferrero, Naidu, Füz-Iványi, y Nakmahachalasint ngo vuquoc [11].

#### 1.3.1.3 Modelo de Stoner-Wohlfarth [16].

El modelo de Stoner-Wohlfarth presenta dos características muy importantes, la primera, que mediante este modelo es fácil considerar la característica anisotrópica de los materiales, segundo, que es un modelo inherentemente tridimensional, donde es esta última su principal ventaja al ser comparado con otros modelos como el de Preisach y el de Jiles-Atherton, los cuales se pueden llevar a un modelo tridimensional tomando esfuerzos adicionales considerables.

Otra característica significativa de este modelo, es que asume que los materiales consisten de una serie de partículas cada una uniformemente magnetizada, arrojando un dominio magnético con momento "m" el cual es libre de rotar en cualquier dirección

Este modelo presenta una serie de ventajas, como que a través de un mecanismo simple se generan cambios reversibles e irreversibles en la magnetización. Además de lo ya mencionado, este modelo puede ser fácilmente implementado en aplicaciones computacionales. De igual manera presenta una serie de inconvenientes como es la interacción entre los dominios, la cual es totalmente ignorada; suposición que no juega un papel transcendental en materiales hechos de pequeños granos, sin embargo, en muchos materiales ferromagnéticos la interacción entre los dominios juega un papel importante y no puede ser despreciada.

#### 1.3.1.4 Modelo de Chua [17][19].

El modelo de Chua depende del movimiento de las paredes de los dominios, el cual es un importante factor a la hora de determinar las pérdidas en el acero para materiales blandos. En [17] Y. Saito demuestra la capacidad de este modelo de representar satisfactoriamente las características típicas de magnetización observadas en la práctica; este modelo se ha derivado del comportamiento fenotípico de los materiales ferromagnéticos; el concepto clave del modelo de Chau es que la trayectoria de la característica de los enlazamientos de flujo Vs corriente es únicamente determinado por el último punto en el cual la derivada del tiempo de los enlaces de flujo cuando cambia de signo.

Este modelo presenta una serie de características importantes en relación con la histéresis, como lo son la presencia de lazos menores y el incremento del área del lazo de histéresis con la frecuencia. Además, hay reportes que indican que los parámetros de este modelo pueden ser derivados a través de la expansión por series de Fourier.

El modelo de Chau ha sido desarrollado teniendo en cuenta el comportamiento estático y dinámico de las propiedades magnéticas, razón por la cual es capaz de representar las pérdidas en el acero, exhibiendo en su solución propiedades magnéticas como la histéresis y la saturación; el modelo en sí está compuesto de parámetros los cuales no son afectados por magnetizaciones anteriores, entre los que se destacan la curva anhisterica de magnetización. Esta curva ideal de magnetización es representada por la siguiente ecuación.

$$H = \left( \frac{1}{\mu} \right) * B \quad \text{Ec 10.}$$

H= Intensidad de campo.

B= Densidad de flujo.

$\mu$  = Parámetro definido como  $\mu = \frac{B_0}{H_0}$

Finalmente otra de las características que no se ve afectada por el historial de magnetización es la permeabilidad reversible, cual se define por la siguiente ecuación.

$$\mu_r = \frac{\Delta B}{\Delta H} \quad \text{Ec 11.}$$

#### 1.3.1.5 Modelo actual- basado en el modelo de Preisach [20][22].

Este es un modelo para núcleo del transformador el cual considera la característica de histéresis, el modelo es basado en el Electromagnetic Transients Program (EMTP)-R; igualmente se expone que este modelo es el que mejor representa las pérdidas en el núcleo del transformador durante el fenómeno de la ferroresonancia, además de tener la mejor aproximación de los valores pico y las formas de onda en condiciones normales de operación, durante el paso de un estado normal a un estado ferroresonante y para un estado ferroresonante estable.

Los autores argumentan que la mayoría de los modelos utilizados para el estudio de ferroresonancia representan las pérdidas en el núcleo con una resistencia constante, lo cual es una fuente de error ya que la resistencia decrece con el aumento de la excitación en el núcleo. Por otro lado expone que otro de los errores que presentan otros modelos y que éste corrige, es la formación de los dos lazos de histéresis, el menor y el mayor, ya que la mayoría de los modelos existente obtienen el lazo menor de histéresis a partir del lazo mayor, lo cual no refleja el verdadero comportamiento físico del núcleo del transformador ya que a través de resultados experimentales se ha observado que el lazo menor de histéresis no es congruente con el mayor.

Además, debido a la representación exacta de los ciclos de histéresis del núcleo, el modelo propuesto determina la tensión de iniciación de la ferroresonancia (punto de bifurcación) con mayor precisión que los otros modelos. El modelo actual también puede predecir algunos modos de ferroresonancia y puede extender la estabilidad de los

dominios en modos ferresonantes, característica que no presentan otros modelos y que es importante para la coordinación de aislamiento.

### 1.3.2 Modelos del núcleo basados en la curva de saturación.

Los modelos hasta ahora estudiados se basan en la característica histéresis como una propiedad magnética del núcleo del transformador, a continuación expondremos una serie de modelos que se fundamentan en el fenómeno de la saturación magnética, la cual generalmente llega a ser una representación más simple de la característica de magnetización no lineal del núcleo del transformador. Los modelos matemáticos capaces de representar la curva de saturación son los modelos de ajuste de curvas, el modelo de reluctancia y el modelo Computacional, los cuales se exponen más ampliamente a continuación.

#### 1.3.2.1 Modelos de ajuste de curvas [23][24].

A pesar de que existen técnicas avanzadas para representar la característica de saturación del núcleo, el ajuste de curvas es un método sencillo que no requiere más que unos cuantos datos para construir una aproximación de esta característica. El ajuste de la curva es un método para hacer frente a la falta de datos y se basa generalmente en la prueba de vacío del transformador. Existen una gran variedad de modelos por aproximaciones analíticas que han sido utilizadas para el ajuste de la curva representando la relación entre el flujo y la corriente de magnetización; entre ellos los más importantes son el modelo tangente hiperbólica, el modelo de Piecewise o a trozos, el modelo de ecuación de Frolich, el modelo parabólica spline, el modelo Polinomial, el modelo de interpolación cúbica, el modelo Arco-tangente y el modelo de ecuación de Annakkag. De los cuales según L. Londoño en [11] se destacan dos, el método polinomial y el método de Frolich.

- Método polinomial [25]

Si bien la curva de magnetización puede representarse como un conjunto de puntos (Corriente [X], Flujo [Y]), tal que a cada valor de corriente le corresponda un valor de flujo en la curva de magnetización, para lograr una buena representación de la curva de magnetización a través de este modelo es necesario disponer de un número considerable de puntos, lo cual aumenta el tiempo de cálculo durante la solución del sistema bajo análisis. Alternativamente, la curva de magnetización puede ser aproximada analíticamente, una cuantiosa variedad de métodos han sido utilizados para este propósito entre los que se encuentran la aproximación piezo-lineal, aproximación por fracciones racionales, aproximación hiperbólica, interpolación con trazadores cúbico y la aproximación polinomial simple. Sin embargo, por simplicidad se destaca entre todas las anteriores la aproximación polinomial simple, la cual se representa a través de la siguiente ecuación.

$$i = a\phi + b\phi^n \quad \text{Ec 12.}$$

Dónde:

i= Corriente de magnetización.

$\phi$ = Enlazamientos de flujo.

a = Coeficientes que se saca de la propia curva; es un término lineal que corresponde a la inductancia de magnetización no saturada.

b = Coeficientes que se saca de la propia curva; es un término lineal usado como ajuste a la región de saturación.

n = El grado al cual esta elevado el polinomio.

Los coeficientes a, b y n se derivan de información propia de la misma curva. Estos coeficientes son obtenidos básicamente de las coordenadas del valor nominal ( $\phi_{nom}$ ,  $i_{nom}$ ) y las del punto máximo a considerar, ( $\phi_{max}$ ,  $i_{max}$ ), además de la pendiente M de la parte lineal. Es decir, inicialmente con  $a = 1/M$  y de la sustitución del punto ( $\phi_{max}$ ,  $i_{max}$ ) en la Ec. (12) obtenemos b, así:

$$b = \frac{i_{max} + a\phi_{max}}{\phi_{max}^n} \quad \text{Ec 13.}$$

Enseguida se inicia un proceso iterativo usando la Ec. (13). Finalmente la aproximación que mejor acople al par b, n y satisfaga la Ec. (13) para ( $\phi_{nom}$ ,  $i_{nom}$ ) es seleccionada [25].

- Método de Frolich [26]

En este modelo la relación B/H se representa mediante la siguiente función:

$$B = \frac{H}{a + b * |H|} \quad \text{Ec 14.}$$

Adicionalmente las pérdidas específicas son representadas por la siguiente ecuación:

$$p \left[ \frac{W}{kg} \right] = \left( \frac{f}{50} \right)^{1.5} * (d * B^2 + e * B^{10})$$

Donde f corresponde a la frecuencia, a, b, d y e son parámetros y p son las pérdidas.

Los enlazamientos de flujo están dados por la expresión  $\lambda = B \times A \times N$  y la corriente por  $i = H \times \frac{l}{N}$ , donde N es el número de vueltas del devanado, A la sección transversal del núcleo y l la longitud de la pierna del núcleo.

Como un resultado de esta ecuación de Frolich la relación enlazamientos de flujo y la corriente es definida como  $i = l_r * \frac{a' \lambda / A_r}{1 - b' \lambda / A_r}$ , donde  $l_r$  y  $A_r$  corresponden a la longitud relativa del núcleo y el área relativa de la columna respectivamente. Las constantes que se determinan en el proceso de optimización son:

$$a' = a \cdot \frac{l_L}{N^2 \cdot A_l} \quad Y \quad b' = b \cdot \frac{1}{N \cdot A_l} \quad .$$

El resultado final es  $\lambda_l = \frac{i}{a' + b' \cdot i}$  para la pierna interior,  $\lambda_0 = \frac{i \cdot A_{r0}}{a' \cdot l_{r0} + b' \cdot i}$  para la pierna exterior y  $\lambda_y = \frac{i \cdot A_{ry}}{a' \cdot l_{ry} + b' \cdot i}$  para el yugo.

- Modelo de reluctancia [3]

Es un modelo que representa el comportamiento no lineal de la magnetización del núcleo como una simple función de una reluctancia saturada. Al igual que los modelos anteriores, sus resultados son aceptables partiendo de la caracterización adecuada del transformador; los parámetros son obtenidos totalmente de ensayos de laboratorio. Su autor, Ricardo López García [3], utiliza una representación de la curva de anhistéresis la cual ofrece la ventaja de representar con buena aproximación la característica no lineal del núcleo magnético, y sus parámetros necesarios se calculan directamente de la curva de histéresis real obtenida mediante un sencillo ensayo de laboratorio.

Como se ha visto existen muchas funciones para representar la curva de saturación del transformador, pero de todas ellas esta arroja representaciones bastante favorables al momento de realizar las pruebas, es decir, es un modelo bastante práctico.

Aunque en este modelo, los parámetros de la rama de magnetización del transformador no son necesarios para representar la magnetización del núcleo, porque para ello se usa la curva de anhistéresis, se desarrolla el ensayo de vacío para estimar las pérdidas en el núcleo; la reluctancia magnética a través del aire se puede estimar mediante el ensayo de circuito abierto de secuencia cero del transformador; el ensayo de saturación monofásica tiene como objetivo principal obtener el flujo magnético y la corriente de magnetización del transformador en cada bloque devanado-columna, esto para definir el ciclo de histéresis y luego obtener los parámetros necesarios para caracterizar la rama magnetizante del transformador.

- Modelo Computacional [29]

Otro modelo es el calificado como computacional y no analítico, que es el que utiliza el programa ATP/EMTP por medio de una rutina denominada "CONVERT"; este representa la curva de magnetización o de saturación en valores de corriente pico y flujo pico obtenidos a partir de valores RMS de tensión y corriente. Los efectos de la histéresis y corrientes de Eddy, así como la resistencia de los devanados son ignorados.

Para convertir los datos RMS en valores pico, la rutina "CONVERT" se basa en la suposición que el flujo varía sinusoidalmente con la frecuencia fundamental, con lo cual, la tensión también será sinusoidal y la conversión del voltaje ( $V_{RMS}$ ) a flujo pico ( $\phi$ ) se da por la siguiente ecuación.

$$\phi = \frac{V_{RMS} \sqrt{2}}{\omega} \quad \text{Ec 15.}$$

ATP/EMTP ofrece dos enfoques que están a la disposición del usuario, el método de compensación o el método de iteración. El método de compensación se ha preferido

debido a su tiempo de computación más rápido y a un error insignificante en comparación con el método de iteración. Para simular en EMTP se debe tener en cuenta el proceso transitorio a simular y el tipo constructivo del transformador. Dependiendo del tipo de núcleo, si es monofásico o trifásico (tres piernas, cinco piernas, multipiernas), se deben tener en cuenta diferentes variables y procedimientos, así como del grupo de conexión del transformador.

#### 1.4 SELECCIÓN DE MODELO A IMPLEMENTAR

El ingeniero Luis Londoño en su trabajo de grado “Estado del arte de los modelos para la representación del núcleo de transformadores de distribución en estudios de ferresonancia”[11] realizó una clasificación de los diferentes modelos para la representación del transformador encontrados en la literatura hasta el año 2010, la clasificación se realizó teniendo en cuenta los siguientes criterios de comparación.

- Cantidad de variables.
- Facilidad matemática.
- Cantidad de pruebas.
- Cantidad de equipos.
- Tiempo de ejecución.
- Precisión.
- Afinidad con la ferresonancia.

Cada criterio de comparación se calificó de 1 a 5, donde dicha clasificación se entiende de la siguiente manera.

Figura 11. Criterios de clasificación de los modelos para la representación de la característica de saturación del núcleo de transformadores, Londoño L. F, “Estado del arte de los modelos para la representación del núcleo de transformadores de distribución en estudios de ferresonancia”, Universidad del Valle, Colombia, 2010.

Cantidad de variables		Cantidad de pruebas		Tiempo de ejecución	
Calificación	Característica	Calificación	Característica	Calificación	Característica
5	1 variable	5	1 prueba	5	Muy corto
4	2 variables	4	2 pruebas	4	Corto
3	3 y 4 variables	3	3 y 4 pruebas	3	Largo
2	5 y 6 variables	2	5 y 6 pruebas	2	Muy largo
1	7 o más variables	1	7 o más pruebas	1	Demasiado largo

Precisión.		Facilidad matemática.		Afinidad con la ferresonancia.	
Calificación	Característica	Calificación	Característica	Calificación	Característica
5	Muy preciso	5	Fácil	5	Excelente
4	Preciso	4	Regular	4	Sobresaliente
3	Poco preciso	3	Complicado	3	Aceptable
2	Muy poco preciso	2	Muy complicado	2	Regular
1	Nada preciso	1	Demasiado complejo	1	Malo

Luego de un análisis de diferentes características en cada uno de los modelos se estableció la siguiente tabla, la cual califica la pertinencia de cada uno de los modelos.

Tabla 1. Comparación de los modelos para la representación de la característica de saturación de transformadores y aplicables al estudio de la Ferroresonancia, Londoño L. F, “Estado del arte de los modelos para la representación del núcleo de transformadores de distribución en estudios de ferroresonancia”, Universidad del Valle, Colombia, 2010.

Modelos	Criterios de comparación							
	Cantidad de variables	Facilidad matemática	Cantidad de pruebas	Cantidad de equipos	Tiempo de ejecución	Precisión	Afinidad con ferroresonancia	Puntaje Promedio
Mayergoyz	1	1	1	1	1	5	3	2.091
Stoner-Wohlfarth	3	2	2	2	2	2	2	2.182
Bertotti	3	2	1	1	2	3	2	2.182
Chua	2	2	2	2	2	3	2	2.182
Jiles-Atherton	2	2	2	1	1	4	2	2.182
Preisach	4	3	1	1	3	4	3	3.000
Tangente hiperbólica	4	5	5	3	4	1	2	3.273
Reluctancia	3	4	4	3	3	3	3	3.273
Piecewise	4	5	5	3	5	2	4	3.909
Actual	4	3	4	2	5	5	5	<b>4.091</b>
Polinomial	3	5	5	3	4	4	5	<b>4.182</b>
Frolich	4	5	5	3	5	4	5	<b>4.455</b>

En la Tabla 1 se observa claramente que el modelo con mejor comportamiento para el estudio de la ferroresonancia, y una posible aplicación computacional es el modelo de Frolich, el cual con un número reducida de pruebas y equipos arroja unos resultados con una precisión aceptable, sin embargo en L. Londoño[11] expresa que las expresiones para la determinación de los parámetros del modelo son independientes de las propiedades magnéticas del material, que no son muy confiables y deben seguir desarrollándose; razones por la cuales el modelo a utilizar será el segundo modelo en la lista, el modelo polinomial.

El modelo polinomial presenta una serie de ventajas en comparación con otros, como por ejemplo, la representación se realiza mediante una función simple de la curva de saturación; otra ventaja es que en el análisis de ferroresonancia, sólo hay un término no lineal que aparece en las ecuaciones diferenciales del sistema bajo estudio; por lo tanto, la mayoría de las investigaciones de bifurcación ferroresonante y ferroresonancia en dominios estables se basan en esta función polinómica. Existe una restricción al utilizar el modelo polinomial en el estudio de la ferroresonancia y es que su aplicación se reduce a casos en que la no linealidad se hace grande, es decir, supone que la parte no lineal es pequeña comparada con la parte lineal [11].

Una vez definido el modelo para la representación del núcleo es necesario definir el modelo circuital del transformador, basados en lo ya visto en el aparte 1.2 y conociendo de antemano la mayor relación física del modelo Pi con la estructura del transformador en comparación con el modelo T, será el modelo Pi de la Figura 6 el modelo circuital del transformador a implementar en este estudio; se obviarán las capacitancias internas del transformador, esto luego de realizar un balance entre el esfuerzo adicional que implica la consideración de estas en la solución matemática del circuito, esto considerando las cuatro nuevas mallas en el circuito como consecuencia de los capacitancias internas y las posibles diferencias que se podrían presentar en los resultados de ser las capacitancias internas consideradas o no en el modelo. Concluyendo que la ampliación de la solución matemática a causa de los capacitancias internas no derivaba en un aumento significativo de la precisión y exactitud de los resultados.



## 2. SOLUCIÓN MATEMÁTICA, PARAMETRIZACIÓN Y PROGRAMACIÓN DEL MODELO PI DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO UTILZANDO EL MODELO POLINOMIAL COMO RESPRESENTACIÓN DE LA CARACTERISTICA DE SATURACIÓN DE NÚCLEO

### 2.1 PARAMETRIZACIÓN MODELO PI EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

Los valores de los parámetros del modelo Pi se obtienen a través de la realización de pruebas de rutina.  $R_1$  y  $R_2$  son las resistencias series las cuales incluyen las pérdidas por efecto Joule y corrientes parasitas en los devanados y las pérdidas de potencia activa a causa de los flujos de dispersión, la prueba de corto circuito determina el valor de  $L_{sh}$ , mientras que la prueba de vacío arroja los valores de  $R_{m1}$ ,  $R_{m2}$ ,  $L_{m1}$  y  $L_{m2}$ .

Los protocolos para la realización de estas pruebas se encuentran normalizados en la IEEE Std C57.12.90™, IEEE Standard Test Code for Liquid-Immersed Distribution, Power [27] para transformadores inmersos en líquido refrigerante y en la IEEE Std C57.12.91, IEEE Standard Test Code for Dry-Type Distribution and Power Transformers [28] para transformadores secos.

De estas pruebas se deben obtener los siguientes datos para el posterior cálculo matemático de los parámetros del modelo según las especificidades de la norma.

$Z_{cc}(\%)$	:	Impedancia de cortocircuito en porcentaje, generalmente referida a 85 °C
$P_{cc}(W)$	:	Pérdidas de cortocircuito en vatios, referida a corriente nominal y a 85 °C (generalmente)
$R_p(\Omega)$	:	Resistencia DC del devanado primario referida a 85 °C
$R_s(\Omega)$	:	Resistencia DC del devanado secundario referida a 85 °C
$P_0(W)$	:	Pérdidas activas sin carga, generalmente referida a 20 °C

A continuación se exponen los puntos a tener en cuenta para la realización de estas pruebas según la norma.

#### 2.1.1 Prueba de resistencia de devanados.

Para este estudio el valor de las resistencias de devanado tiene una gran importancia ya que estas determinan en parte las pérdidas de potencia activa  $I^2R$  en los devanados. Previo a la realización de la prueba se debe medir la temperatura del devanado, lo cual debe hacerse con la mayor precisión posible y para lo cual la norma indica una serie de medidas cautelares.

Para transformadores inmersos en líquido refrigerante la temperatura del devanado se asume como la temperatura promedio del líquido refrigerante; de igual forma, previa a la realización de las medidas de resistencia, el transformador no debió haber sido excitado

durante las tres u ocho horas previas al ensayo, dependiendo de la potencia del transformador. Adicionalmente, la diferencia de temperatura entre el la parte superior y el fondo del líquido refrigerante no debe ser mayor a 5°C. Dado el caso en que el transformador se encuentre por fuera del líquido refrigerante, al igual que para transformadores secos, la temperatura del devanado debe asumirse como el promedio de las medidas de numerosas termocuplas alrededor del devanado, en ningún caso se debe asumir la temperatura de este como la temperatura del aire circundante [27][28].

Una vez realizada la medida de la resistencia esta se debe llevar a una temperatura de referencia estándar ( $T_s$ ) de 85°C, relación la cual se expresa a través de la siguiente ecuación.

$$R_{ref}(\Omega) = R_m(\Omega) \frac{T_s + T_k}{T_m + T_k} \quad \text{Ec 16.}$$

Dónde:

$R_{ref}$  es la resistencia a la temperatura deseada  $T_s$  ( $\Omega$ ).

$R_m$  es la resistencia medida ( $\Omega$ ).

$T_s$  es la temperatura de referencia deseada ( $^{\circ}\text{C}$ ).

$T_m$  es la temperatura a la cual la Resistencia fue medida ( $^{\circ}\text{C}$ ).

$T_k$  es 234.5 (Cobre) y 225 (Aluminio).

Una vez si tienen los valores de  $R_p(\Omega)$  y  $R_s(\Omega)$  medidos en DC y referidos a la temperatura indicada por la norma se deben sumar a estas las pérdidas por efecto Joule y corrientes parasitas en los devanados además de las pérdidas de potencia activa a causa de los flujos de dispersión, lo cual se hace de la siguiente manera.

Se calcula un parámetro  $R_s(\Omega)$  así:

$$R_s(\Omega) = P_{cc} \frac{V_{1nom}^2}{S_{nom}^2} \quad \text{Ec 17.}$$

Luego se verifica la condición.

$$R_s(\Omega) \geq R_{prim} + K_r^2 * R_{sec} \quad \text{Ec 18.}$$

La cual si es falsa los parámetros  $R_1(\Omega)$  y  $R_2(\Omega)$  del modelo circuital serán igual a las resistencia de los devanados medidos en DC así:

$$R_1 = R_p(\Omega)$$

$$R_2 = R_s(\Omega)$$

Pero de ser verdadera la condición los parámetros  $R_1(\Omega)$  y  $R_2(\Omega)$  deberán ser calculados de la siguiente manera.

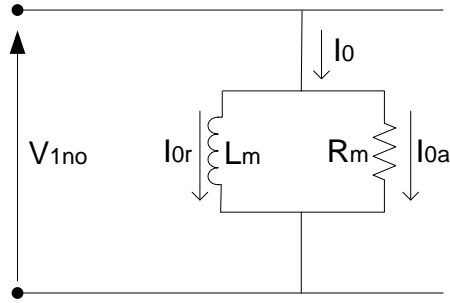
$$R_1 = \frac{(R_s + R_{prim} - K_r^2 * R_{sec})}{2} \quad \text{Ec 19.}$$

$$R_2 = \frac{(R_s - R_{prim})}{2K_r^2} + \frac{R_{sec}}{2} \quad \text{Ec 20.}$$

### 2.1.2 Prueba de pérdidas en vacío.

Las pérdidas sin carga consisten principalmente en las pérdidas en el núcleo del transformador (Figura 12) que son función de la magnitud, la frecuencia, y la forma de onda del voltaje aplicado. Las pérdidas sin carga también varían con la temperatura y son particularmente sensibles a las diferencias en la forma de onda [27][28].

Figura 12. Circuito práctico para cálculo de parámetros del transformador sin carga.



Por el efecto Joule producido por las corrientes circulantes en las chapas del núcleo tenemos que:

$$P_0 = R_m (\Omega) * I_{a0}^2 \quad \text{Ec 21.}$$

$$P_0 = \frac{V_{1no}^2}{R_m (\Omega)} \quad \text{Ec 22.}$$

Dónde:

$V_{1no}$  Es el voltaje nominal del devanado donde se realizó la prueba.

$I_{a0}$  Es la corriente de vacío obtenida durante la prueba.

$R_m$  Es la resistencia de la rama de magnetización.

$P_0$  son las pérdidas de potencia activa en vacío.

Así podemos calcular que:

$$R_m (\Omega) = \frac{V_{1no}^2}{P_0} \quad \text{Ec 23.}$$

$$I_{a0}^2 = \frac{P_0}{R_m (\Omega)} \quad \text{Ec 24.}$$

$$I_0 = I_{a0} + jI_{0r} \quad \text{Ec 25.}$$

$$X_m = \frac{V_{1no}}{I_{0r}} \quad \text{Ec 26.}$$

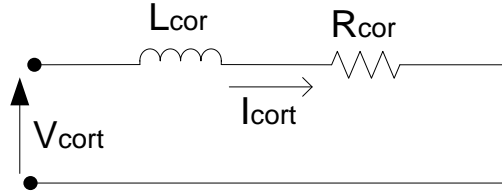
$$L_m (H) = \frac{X_m (\Omega)}{\omega} \quad \text{Ec 27.}$$

$$\text{Ec 28.}$$

### 2.1.3 Prueba de pérdidas bajo carga.

Las pérdidas con carga incluyen las pérdidas  $I^2R$  en los devanados debido a la corriente de carga y pérdidas adicionales ocasionadas por las corrientes parásitas (corrientes de Eddy) provocadas por el flujo de dispersión en los devanados, abrazaderas del núcleo, pantallas magnéticas, paredes del tanque, y otras partes conductoras. Igualmente algunas pérdidas adicionales pueden ser causadas por corrientes circulantes en devanados en paralelo. Las pérdidas con carga son medidas utilizando un corto circuito a través del devanado de alta o baja tensión y aplicando la suficiente tensión en el otro devanado para que fluya la corriente nominal del devanado en corto. La potencia que toma el transformador bajo estas condiciones corresponde a las pérdidas con carga del mismo a la temperatura de prueba y para la corriente de carga específica [27][28].

Figura 13. Circuito práctico para cálculo de parámetros del transformador en cortocircuito.



El diagrama de la Figura 13 es la base para la determinación de los parámetros  $L_{cort}$  y  $R_{cort}$  a partir de los resultados de la prueba de corto.

Inicialmente tenemos que:

$$P_{cort} = R_{cort}(\Omega) * I_{cort}^2 \quad \text{Ec 29.}$$

$$R_{cort}(\Omega) = \frac{P_{cort}}{I_{cort}^2} \quad \text{Ec 30.}$$

$$|Z(\Omega)| = \sqrt{R_{cort}^2(\Omega) + X_{cort}^2(\Omega)} \quad \text{Ec 31.}$$

$$Z(\Omega) = \frac{V_{cort}}{I_{cort}} \quad \text{Ec 32.}$$

$$X_{cort}(\Omega) = \sqrt{Z_{cort}^2(\Omega) - R_{cort}^2(\Omega)} \quad \text{Ec 33.}$$

$$L_{cort}(H) = \frac{X_{cort}(\Omega)}{\omega} \quad \text{Ec 34.}$$

Valores con los que calcula la inductancia de dispersión  $L_{sh}(H)$  así:

$$L_{sh} = \frac{\frac{V_{1nom}^2}{S_{nom}^2} \sqrt{\left(\frac{Z_{cort}(\%)*S_{nom}}{100}\right)^2 - P_{cort}^2}}{2\pi f} \quad \text{Ec 35.}$$

Finalmente, adicional a los parámetros del transformador es necesario para el estudio definir los parámetros de la red que alimenta el transformador, los cuales están determinados por las siguientes ecuaciones.:

$$R_{cc} = \frac{T_{rer}}{\sqrt{3} * I_{ccRed} * \sqrt{1 + (X_R)^2}} \quad \text{Ec 36.}$$

$$L_{cc} = \frac{1}{2\pi f} * (X_R) * R_{red} \quad \text{Ec 37.}$$

Dónde:

$T_{red}(kv)$  = Tensión nominal de la red.

$I_{ccRed}(A)$  = Corriente de cortocircuito trifásico de la red.

$X_R$  = Relación  $X_R$  trifásica.

#### 2.1.4 Modelo polinomial de saturación del núcleo para el modelo Pi del transformador.

El modelo polinomial descrito en la sección 1.3.2.1 puede ser ajustados fácilmente a las características del modelo Pi.

A diferencia del modelo T, el núcleo del transformador para el modelo Pi es representado a través de dos ramas de magnetización las cuales dejan de ser paralelas debido a la presencia de la inductancia de dispersión. Es así como para el modelo Pi es necesario definir las siguientes funciones:

Rama de magnetización uno.

$$L_{m1} \rightarrow i_1 = a_1 \phi_1 + b_1 \phi_1^{n1} \quad \text{Ec 38.}$$

Rama de magnetización dos.

$$L_{m2} \rightarrow i_2 = a_2 \phi_2 + b_2 \phi_2^{n1} \quad \text{Ec 39.}$$

Volviendo al origen del modelo Pi a través del modelo de dualidad se encuentra que las ecuaciones Ec. (38) y Ec. (39) podrían tener valores diferentes los cuales dependerán de las medidas internas del transformador, las cuales son normalmente de conocimiento exclusivo del fabricante. Es así como se asumirá que las medidas de los yugos y piernas del transformador son simétricas, de manera que ambas ramas tengan igual valor de resistencia e inductancia. Además se asumirá que las dos ramas se encuentran en paralelo, siendo sometidas a la misma tensión y circulando a través de ellas corrientes de igual magnitud; en conclusión se obtendrá que la rama de magnetización del modelo T sea un equivalente de las dos ramas paralelas del modelo Pi. Todo esto se hace con el fin

de determinar los valores de los parámetros ( $R_{m1}$ ,  $L_{m1}$ ,  $R_{m2}$ ,  $L_{m2}$ ) del modelo Pi a partir de las pruebas de rutina del transformador.

Para el modelo Pi la curva de magnetización obtenida a partir de pruebas deberá representar las dos ramas de magnetización del modelo, en decir, en realidad se deberán tener dos curvas de magnetización, las cuales luego de las suposiciones de simetría del transformador y del paralelo de las ramas, deberán tener igual valor.

Siguiendo la teoría del análisis de circuitos eléctricos la relación entre dos ramas paralelas y su equivalente está en que todas están sometidas a igual tensión siendo la corriente circulante por las ramas paralelas (Pi) la mitad de la corriente circulante a través del que sería su equivalente (T). Con la anterior conclusión se tiene que la curva de magnetización (Corriente Vs Tensión) del modelo T guarda una relación directa con las curvas de magnetización de las dos ramas del modelo Pi; para el modelo Pi las curva de magnetización tendrán igual valor de tensión que la del modelo T, mientras que las corrientes de las curvas de magnetización del modelo Pi deberán ser la mitad de la del modelo T. Datos suficientes para generar las dos curvas (  $H$  Vs  $\emptyset$  ) necesarias para la parametrización de las inductancias de magnetización ( $L_{m1}$ ,  $L_{m2}$ ), lo que finalmente resulta en una relación directa entre los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $n$  del modelo T y los parámetros  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $n_1$ ,  $a_2$ ,  $b_2$  y  $n_2$  del modelo Pi, la cual se muestra a continuación.

$$a_1 = a_2 = a/2 \quad \text{Ec 40.}$$

$$b_1 = b_2 = b/2 \quad \text{Ec 41.}$$

$$n_1 = n_2 = n \quad \text{Ec 42.}$$

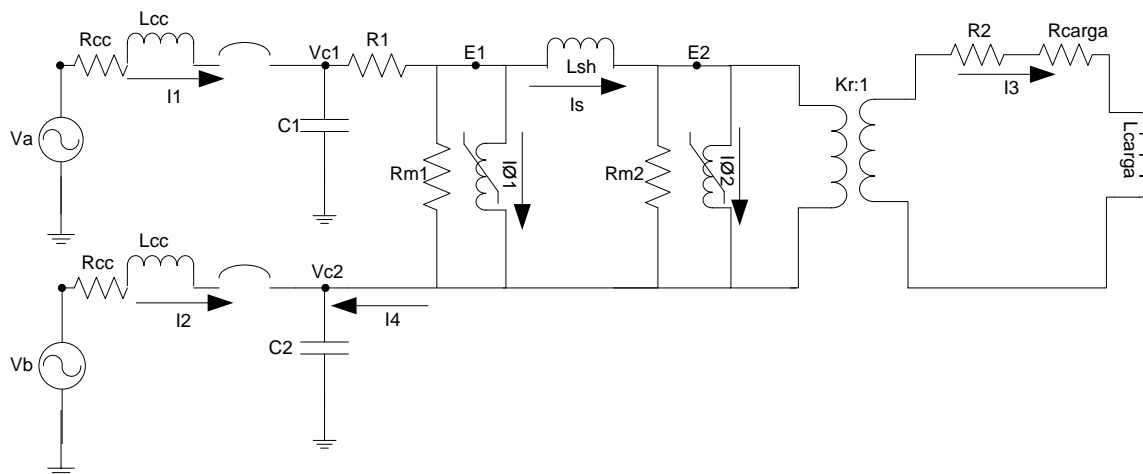
De igual forma las resistencias de magnetización ( $R_{m1}$ ,  $R_{m2}$ ) del modelo Pi deberán ser el doble de la  $R_m$  del modelo T, manteniendo así la relación de equivalencia entre ambos modelos.

$$R_{m1} = R_{m2} = 2 \times R_m \quad \text{Ec 43.}$$

Ya con esto se tienen los valores de todos los parámetros necesarios para el modelado matemático del modelo seleccionado para el transformador monofásico.

## 2.2 SOLUCIÓN MATEMÁTICA MODELO PI DEL TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

Figura 14. Circuito equivalente modelo Pi transformador monofásico.



Como primer paso se deben definir las variables para el sistema de ecuaciones, así las variables definidas serán.

Corrientes	Voltajes	Flujos
$I_1$	$E_1$	$\phi_2$
$I_2$	$E_2$	$\phi_1$
$I_3$	$V_{c1}$	
$I_4$	$V_{c2}$	
$I_s$		

Como paso siguiente de deben formular las diferentes ecuaciones necesarias para la solución matemática del circuito.

Determinación de ecuaciones de corriente.

Ecuaciones de mallas

$$V_a(t) = R_{cc}I_1 + L_{cc}\frac{dI_1}{dt} + V_{c1} \rightarrow \frac{dI_1}{dt} = \frac{1}{L_{cc}}(V_a(t) - R_{cc}I_1 - V_{c1}) \quad \text{Ec 44.}$$

$$V_b(t) = R_{cc}I_2 + L_{cc}\frac{dI_2}{dt} + V_{c2} \rightarrow \frac{dI_2}{dt} = \frac{1}{L_{cc}}(V_b(t) - R_{cc}I_2 - V_{c2}) \quad \text{Ec 45.}$$

$$V_{c1} = R_1 I_4 + E_1 + V_{c2} \quad \rightarrow \quad \frac{dI_4}{dt} = \frac{1}{R_1} \left( \frac{dV_{c1}}{dt} - \frac{dV_{c2}}{dt} - \frac{dE_1}{dt} \right) \quad \text{Ec 46.}$$

$$E_1 = L_s \frac{dI_s}{dt} + E_2 \quad \rightarrow \quad \frac{dI_s}{dt} = \frac{E_1}{L_s} - \frac{E_2}{L_s} \quad \text{Ec 47.}$$

$$\frac{E_2}{K_r} = I_3(R_2 + R_{load}) + L_{load} \frac{dI_3}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{dI_3}{dt} = \frac{1}{L_{load}} \left( \frac{E_2}{K_r} - I_3(R_2 + R_{load}) \right) \quad \text{Ec 48.}$$

Determinación de ecuaciones de flujo.

$$\frac{d\phi_1}{dt} \rightarrow E_1 \quad \text{Ec 49.}$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} \rightarrow E_2 \quad \text{Ec 50.}$$

Determinación de ecuaciones de tensiones.

Ecuaciones de nodos.

$$I_1 = C \frac{dV_{c1}}{dt} + I_4 \quad \rightarrow \quad \frac{dV_{c1}}{dt} = \left( \frac{I_1}{C} - \frac{I_4}{C} \right) \quad \text{Ec 51.}$$

$$I_2 = C \frac{dV_{c2}}{dt} - I_4 \quad \rightarrow \quad \frac{dV_{c2}}{dt} = \left( \frac{I_2}{C} + \frac{I_4}{C} \right) \quad \text{Ec 52.}$$

$$I_4 = \frac{E_1}{R_{m1}} + (a_1 \phi_1 + b_1 \phi_1^n) + I_s \quad \rightarrow \quad \frac{dI_4}{dt} = \frac{1}{R_{m1}} \frac{dE_1}{dt} + a_1 \frac{d\phi_1}{dt} + b_1 n \phi_1^{n-1} \frac{d\phi_1}{dt} + \frac{dI_s}{dt}$$

$$\frac{dE_1}{dt} = R_{m1} \left( \frac{dI_4}{dt} - a_1 \frac{d\phi_1}{dt} - b_1 n \phi_1^{n-1} \frac{d\phi_1}{dt} - \frac{dI_s}{dt} \right) \quad \text{Ec 53.}$$

$$I_s = \frac{E_2}{R_{m2}} + (a_2 \phi_2 + b_2 \phi_2^n) + I_3 \quad \rightarrow \quad \frac{dE_2}{dt} = \left( \frac{dI_s}{dt} - a_2 \frac{d\phi_2}{dt} - b_2 n \phi_2^{n-1} \frac{d\phi_2}{dt} - \frac{dI_3}{dt} \right) R_{m2} \quad \text{Ec 54.}$$

Luego de la cual se simplifican las derivadas  $\frac{dI_4}{dt} \frac{dE_1}{dt}$  y  $\frac{dE_2}{dt}$ , reemplazando en cada una de ellas las derivadas de otras variables según corresponda, lo cual se muestra en el Anexo 1. para finalmente obtener la siguientes ecuaciones que muestran la variación en el tiempo de cada una de los variables del modelo así:

$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{V_a(t)}{L_{cc}} - \frac{R_{cc} I_1}{L_{cc}} - \frac{V_{c1}}{L_{cc}} \quad \text{Ec 55.}$$



$$\frac{dI_2}{dt} = \left( \frac{V_b(t)}{L_{cc}} - \frac{R_{cc}I_2}{L_{cc}} - \frac{V_{c2}}{L_{cc}} \right) \quad \text{Ec 56.}$$

$$\frac{dI_3}{dt} = \left( \frac{E_2}{K_r L_{load}} - I_3 \left( \frac{R_2}{L_{load}} + \frac{R_{load}}{L_{load}} \right) \right) \quad \text{Ec 57.}$$

$$\begin{aligned} \frac{dI_4}{dt} = & \frac{I_1}{(CR_1 + CR_{m1})} - \frac{I_2}{(CR_1 + CR_{m1})} - \frac{2I_4}{(CR_1 + CR_{m1})} \\ & + E_1 \frac{R_{m1}}{(R_1 + R_{m1})} (k_1(\emptyset)) - \frac{R_{m1}E_2}{L_s(R_1 + R_{m1})} \end{aligned} \quad \text{Ec 58.}$$

$$\frac{dI_s}{dt} = \frac{E_1}{L_s} - \frac{E_2}{L_s} \quad \text{Ec 59.}$$

$$\frac{dV_{c1}}{dt} = \left( \frac{I_1}{C} - \frac{I_4}{C} \right) \quad \text{Ec 60.}$$

$$\frac{dV_{c2}}{dt} = \left( \frac{I_2}{C} + \frac{I_4}{C} \right) \quad \text{Ec 61.}$$

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dt} = & \frac{R_{m1}I_1}{R_1C + R_{m1}C} - \frac{R_{m1}I_2}{R_1C + R_{m1}C} - \frac{2R_{m1}I_4}{R_1C + R_{m1}C} \\ & - \frac{R_{m1}R_1E_1}{R_1 + R_{m1}} (k_1(\emptyset)) + \frac{R_1R_{m1}E_2}{R_1L_s + R_{m1}L_s} \end{aligned} \quad \text{Ec 62.}$$

$$\frac{dE_2}{dt} = \frac{R_{m2}E_1}{L_s} - R_{m2}E_2k_2(\emptyset) + \frac{I_3(R_{m2}R_2 + R_{m2}R_{load})}{K_r L_{load}} \quad \text{Ec 63.}$$

$$\frac{d\phi_1}{dt} = E_1 \quad \text{Ec 64.}$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} = E_2 \quad \text{Ec 65.}$$

Ecuaciones las cuales arrojan la siguiente matriz solución del sistema.

Matriz solución modelo Pi transformador monofásico  $[dF/dt] = [A(\emptyset)]x[F]+[G]$

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_1}{dt} \\ \frac{dI_2}{dt} \\ \frac{dI_3}{dt} \\ \frac{dI_4}{dt} \\ \frac{dI_s}{dt} \\ \frac{dV_{c1}}{dt} \\ \frac{dV_{c2}}{dt} \\ \frac{dE_1}{dt} \\ \frac{dE_2}{dt} \\ \frac{d\phi_1}{dt} \\ \frac{d\phi_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & I_3 & I_4 & I_s & V_{c1} & V_{c2} & E_1 & E_2 & \phi_1 & \phi_2 \\ -\frac{R_{cc}}{L_{cc}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_{cc}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{cc}}{L_{cc}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_{cc}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\left(\frac{R_2}{L_{load}} + \frac{R_{load}}{L_{load}}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{K_r L_{load}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{(CR_1 + CR_{m1})} & -\frac{1}{(CR_1 + CR_{m1})} & 0 & -\frac{2}{(CR_1 + CR_{m1})} & 0 & 0 & 0 & \frac{R_{m1}}{(R_1 + R_{m1})} k_1(\phi) & -\frac{1}{L_s(R_1 + R_{m1})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_s} & -\frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & -\frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R_{m1}}{R_1 C + R_{m1} C} & -\frac{R_{m1}}{R_1 C + R_{m1} C} & 0 & -\frac{2R_{m1}}{R_1 C + R_{m1} C} & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_{m1}R_1}{R_1 + R_{m1}} k_1(\phi) & \frac{R_1 R_{m1}}{R_1 L_s + R_{m1} L_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(R_{m2}R_2 + R_{m2}R_{load})}{K_r L_{load}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R_{m2}}{L_s} & -R_{m2}k_2(\phi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_s \\ V_{c1} \\ V_{c2} \\ E_1 \\ E_2 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_a(t)}{L_{cc}} \\ \frac{V_a(t)}{L_{cc}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

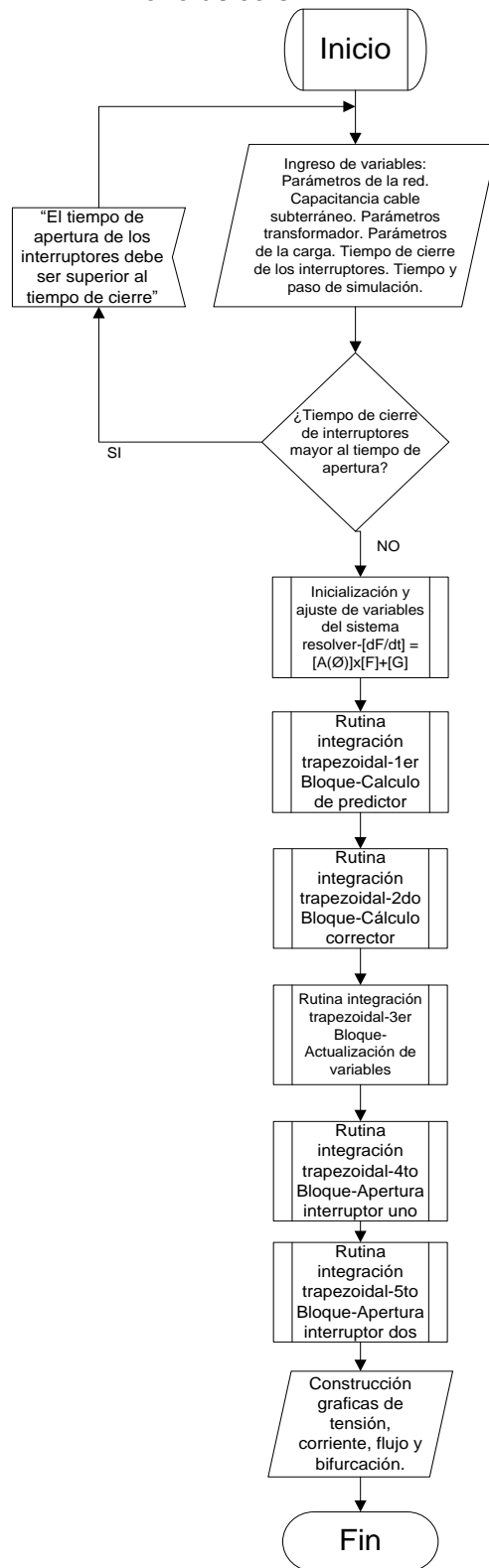
## **2.3 IMPLEMENTACION COMPUTACIONAL DEL MODELO PI DEL TRANSFORMADOR MONOFASICO**

### **2.3.1 Programación en MATLAB.**

Una vez obtenido el sistema de matricial a resolver, se procedió a programar un algoritmo en la herramienta MATLAB que diera solución a dicho sistema, esto con el fin de comprobar la veracidad y exactitud del solución matemática mediante el cual se llegó a la matriz solución  $[dF/dt] = [A]x[F]+[G]$ ; forma la cual nos permite utilizar el método de Integración Trapezoidal como el método numérico para la solución de dicha. Así el algoritmo programado obedeció al siguiente diagrama de bloques.

En el diagrama de bloques de la Figura 15 el primer el segundo bloque corresponden al cálculo del método corrector-predictor, cuya necesidad se justifica ya que dentro de la matriz de constantes  $[A]$  están involucrados las variables de flujo  $\phi_1$  y  $\phi_2$  propios de vector variables  $[F]$ , por lo que se hace necesario hacer un primer cálculo de las variables de flujo  $\phi_1$  y  $\phi_2$  para que sean luego remplazadas en la matriz  $[A]$  y poder dar solución al sistema; lo cual se hace a través del ya mencionado método corrector-predictor .

Figura 15. Diagrama de bloques implementación modelo Pi del transformador monofásico en MATLAB.



Para validar este algoritmo se realizaron pruebas de simulación al transformador “Monofasico\_Info01” de la base de datos de FerroUV utilizando una capacitancia de 7.08nF, y cuyos resultados de tensión y corriente se compararon con la simulación equivalente en ATP, obteniendo los siguientes resultados con los que se comprobó veracidad de la solución matemática realizada.

Figura 16. Superposición resultados de tensión simulación “Monofasico\_Info01” en MATLAB y ATP utilizando una capacitancia de 7.08nF.

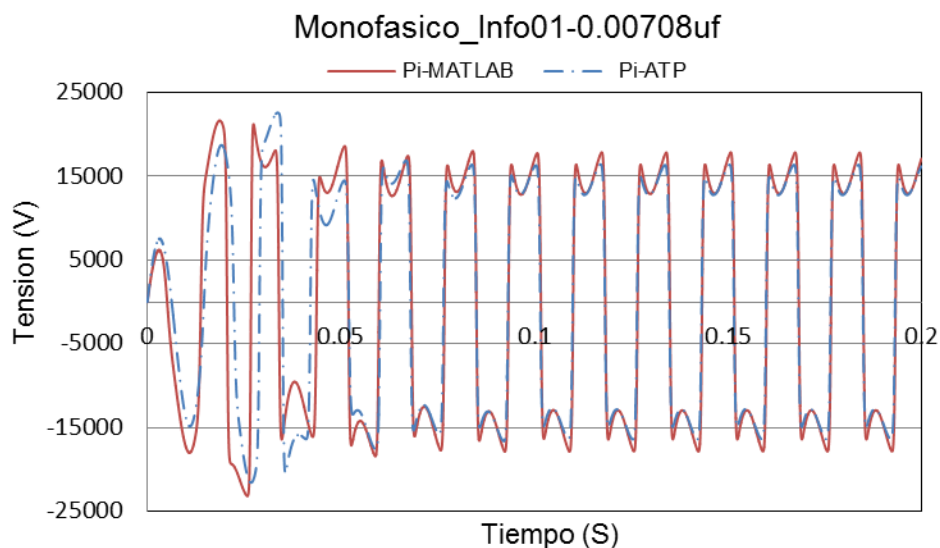
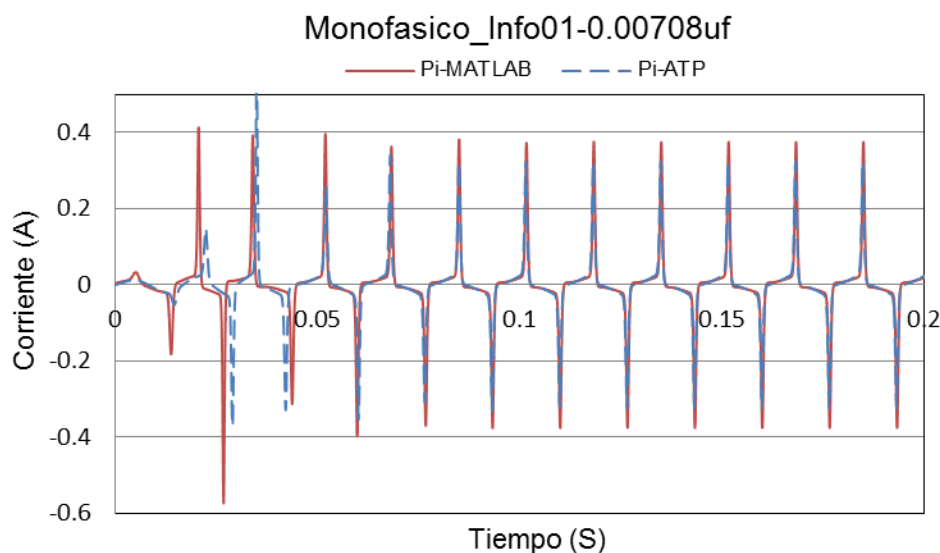


Figura 17. Superposición resultados de corriente simulación “Monofasico\_Info01” en MATLAB y ATP utilizando una capacitancia de 7.08nF.



### 2.3.2 Programación en FERROUV.

Una vez se validó la precisión de los resultados del modelo Pi programado en MATLAB se procedió a realizar las modificaciones en el código de la herramienta FerroUV para agregar la posibilidad que el usuario eligiera el modelo, Pi o T, de su preferencia para su estudio de ferresonancia.

Para tal fin se agregó "Text Field" llamado "*modelo*" y un "Combo Box" que desplegara las opciones "Pi" y "T" para transformadores monofasicos y "T" para casos trifasicos, así.

Figura 18. Inclusión de la característica "Modelo" dentro del cuadro de dialogo para parámetros del transformador en FerroUV.

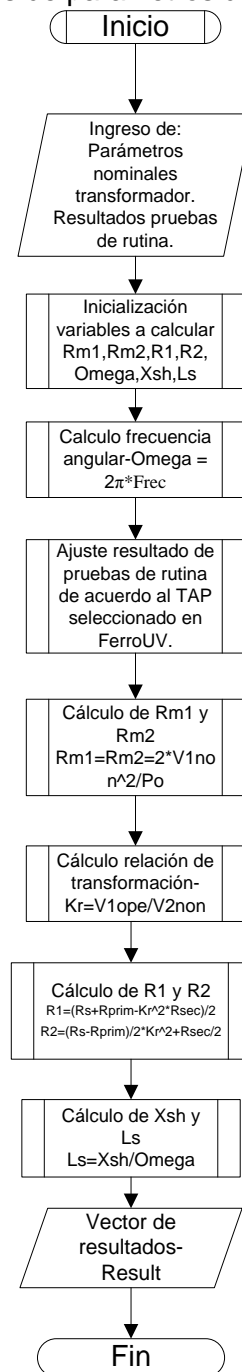
The image shows a software window titled "Parámetros del Transformador" with a red 'X' close button. It contains several sections of input fields:

- Características:**
  - Fases: Mon... (dropdown)
  - V1nom (V): 13200.0
  - Snom (KVA): 37.5
  - V2nom (V): 240.0
  - Conexión: II0 (dropdown)
  - F (Hz): 60.0
  - TAP Op.: 2 (dropdown)
  - TAP Nom.: 2
  - ☐ Neutro aterrizado
  - Modelo:** Pi (dropdown, highlighted with a red box and showing options Pi and T)
- Bajo Carga:**
  - Pcc (W): 412.689
  - Zcc (%): 3.069
  - R primario ( $\Omega$ ): 29.747
  - R secundario ( $\Omega$ ): 0.005729
- Vacío:**
  - Po (W): 144.507
  - Io (%): 0.85
- Núcleo:**
  - Saturación: (button)
  - Tipo columna: (dropdown)
- Condiciones Iniciales:**
  - Flujo remanente (%): 48
  - Slider: -100 to 100

Buttons at the bottom: Aceptar, Cancelar, Buscar, Ingresar.

Paso seguido se programó un nuevo método dentro de la clase "Calculotrafo" llamado "trafocalPI", el cual calcula los parámetros  $R_{m1}$ ,  $R_{m2}$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $L_s$  y  $K_r$ , necesarios para el desarrollo matemático del modelo Pi, así.

Figura 19. Diagrama de bloques programación método "trafocalPI" en FerroUV para cálculos de parametros de modelo Pi.



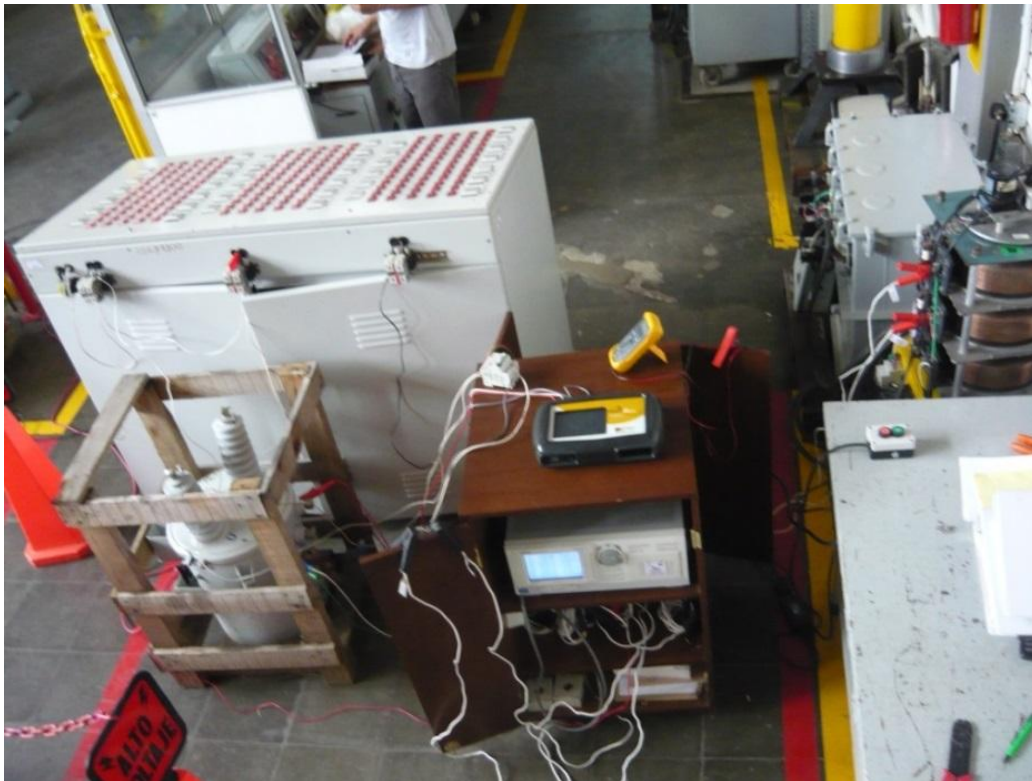
Finalmente se adicionó en FerroUV un nuevo método a la clase "Metodotrapezo" llamado "trapezoPi" el cual es el equivalente del algoritmo que se habia desarrollado en MATLAB, y que es el método a través se del cual se da solución al sistema de ecuaciones, además de graficar los resultados.

### 3. VALIDACION MODELO PI TRANSFORMADOR MONOFASICO IMPLEMENTADO EN FERROUV

Para la validación del modelo se practicaron pruebas de laboratorio a tres transformadores a los cuales se les realizaron las pruebas de rutina necesarias para la parametrización de estos; estas fueron las pruebas de resistencia de devanados, pérdidas en vacío, pérdidas bajo carga, curva de magnetización y una serie de pruebas experimentales de ferroresonancia. Todas estas pruebas fueron realizadas en el laboratorio de Alta Tension de la Universidad del Valle (Figura 20).

Así finalmente se procedió a validar mediante la comparación de los resultados de las simulaciones en ATP para los modelos T y Pi, las simulaciones en FerroUV del nuevo modelo "Pi" implementado en la herramienta según se mostró en el aparte 2.3.2 y los resultados de las pruebas experimentales.

Figura 20. Montaje para realización de pruebas experimentales de ferroresonancia.



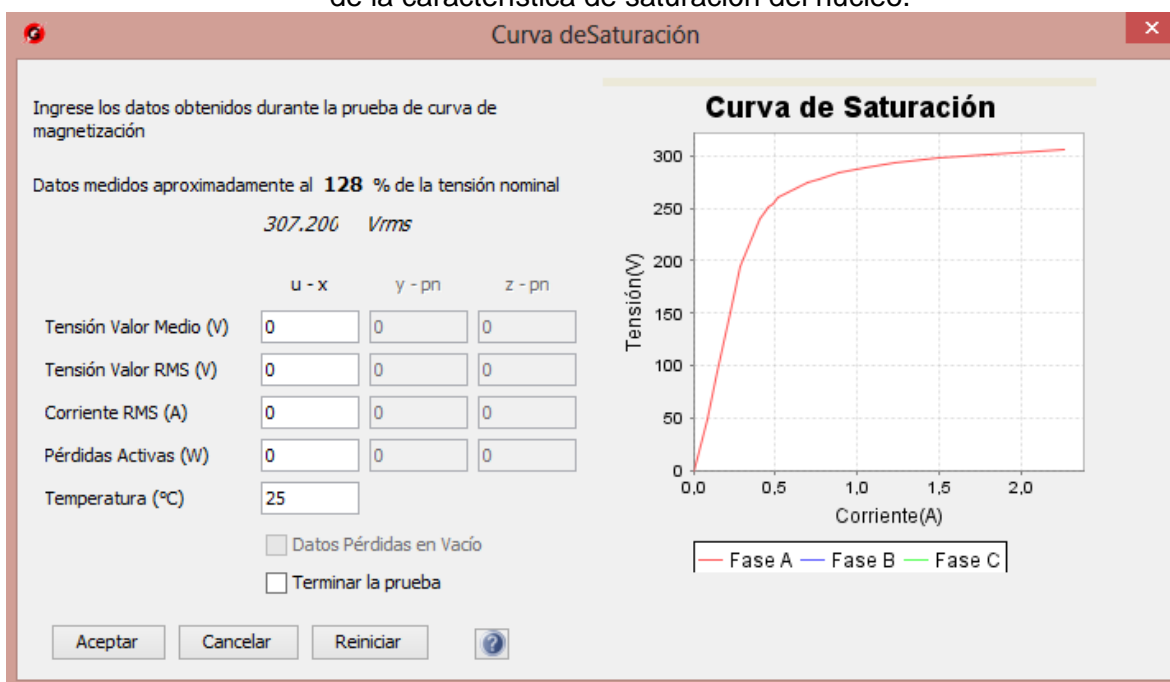


### 3.1 PARAMETRIZACIÓN DE TRANSFORMADORES.

A continuación se listan los tres transformadores utilizados para la validación, cada uno de ellos acompañado de los resultados de las pruebas de laboratorio realizadas.

Los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $n$  propios del modelo polinomial para la representación de la característica de saturación del núcleo se obtuvieron mediante la utilización de la aplicación "SIPTUV1\_0", la cual es una herramienta complementaria de ferroUV, exclusiva para esta función.

Figura 21. Cuadro de dialogo de la herramienta SIPTUV1\_0 utilizada para la determinación de las parámetros,  $a$ ,  $b$ ,  $n$  del modelo polinomial para la representación de la característica de saturación del núcleo.



#### 3.1.1 Transformador N°1.

Tabla 2. Resultados pruebas de rutina transformador T1

Fases	Monofásico	Potencia (kVA)	3
Grupo	----	V Nominal Primario (V)	7620
TAP Nominal	3	V Nominal Secundario (V)	240

Pérdidas Bajo Carga (85 °C)	
$P_{CC}$ (W)	68.12
Pérdidas $I^2R$ (W)	67.94
Pérdidas Adicionales (W)	0.18
$U_{CC}$ (V)	192.15
$Z_{CC}$ (%)	2.84
$X_{CC}$ (%)	1.70
$R_{CC}$ (%)	2.27
Resistencia de Devanados (85 °C)	
Resistencia primario ( $\Omega$ )	246.58
Resistencia secundario (m $\Omega$ )	190.2
Pérdidas en Vacío (20 °C)	
$P_0$ (W)	21.34
$I_0$ (%)	1.856

Curva de magnetización, temperatura (°C) = 28.5

	Fase u-x		
	Tensión(V)	Corriente(A)	Potencia(W)
20%	48.8	0.026	1
40%	96.11	0.042	3.54
60%	144.7	0.06	7.619
80%	193.3	0.094	13.28
100%	240.4	0.226	20.79
102%	244.4	0.258	21.45
104%	249.1	0.313	22.58
106%	254.8	0.412	24.06
108%	259.5	0.516	25.52
110%	264.6	0.671	27.29
112%	268.6	0.795	28.93
114%	273.5	0.941	31.13
116%	278	1.089	33.5
118%	283.3	1.29	36.79
120%	288.3	1.302	40.3
122%	292.9	1.686	44.23
124%	297.3	1.992	48.21

	Fase u-x		
	Tensión(V)	Corriente(A)	Potencia(W)
126%	302.6	2.183	53.06
128%	306.7	2.405	58.15
130%	311	2.678	62.75

Con las anteriores datos es posible calcular los parametros del modelo Pi del transformador, calculos los cuales se encuentran el Anexo 2 y cuyo resumen se presenta a contiución.

Parámetros transformador
$R_1 = 247.1647523(\Omega)$ $R_2 = 0.1907800754(\Omega)$ $L_{sh} = 0.8757490(H)$ $R_{m1}(\Omega) = R_{m2}(\Omega) = 5441836.926(\Omega)$
Parametros modelo polinomial curva de saturación para alta tension
$a = 1.71E-4$ $b = 1.286E-18$ $n = 11$
Parametros modelo polinomial curva de saturación para baja tension.
$a = 0.172378687$ $b = 1.349477737$ $n = 11$

### 3.1.2 Transformador N°2.

Tabla 3. Resultados pruebas de rutina transformador T2

Fases	Monofásico	Potencia (kVA)	37.5
Grupo	----	V Nominal Primario (V)	7620
TAP Nominal	3	V Nominal Secundario (V)	240

Pérdidas Bajo Carga (85 °C)	
$P_{CC}$ (W)	341.10
Pérdidas $I^2R$ (W)	321.79
Pérdidas Adicionales (W)	19.31

$U_{CC}$ (V)	247.21
$Z_{CC}$ (%)	3.28
$X_{CC}$ (%)	3.15
$R_{CC}$ (%)	0.91
Resistencia de Devanados (85 °C)	
Resistencia primario ( $\Omega$ )	8.079
Resistencia secundario ( $\Omega$ ) (m $\Omega$ )	0.00517
Pérdidas en Vacío (20 °C)	
$P_0$ (W)	108.98
$I_0$ (%)	0.36

Curva de magnetización, temperatura (°C) = 28.5

	Fase u-x		
	Tensión (V)	Corriente (A)	Potencia (W)
20%	48.22	0.141	4.551
40%	94.28	0.23	16.91
60%	143.7	0.313	38.05
80%	190.4	0.391	65.51
100%	239.4	0.548	106.5
102%	244.7	0.574	111.7
104%	249.5	0.604	117.5
106%	254.4	0.637	122.7
108%	258.9	0.679	128.4
110%	264.1	0.731	135
112%	268.1	0.806	141.1
114%	273.5	0.926	149
116%	278.9	1.082	156.9
118%	283.4	1.275	164.7
120%	286.1	1.47	170.6
122%	292.4	1.978	183
124%	297.5	2.677	194.2
126%	302.9	3.37	205.5
128%	306.9	4.23	217.3
130%	309.8	4.892	225.5

Con las anteriores datos es posible calcular los parametros del modelo Pi del transformador, calculos los cuales se encuentran el Anexo 2 y cuyo resumen se presenta a contiución.

<b>Parámetros transformador</b>
$R_1 = 8.475708868(\Omega)$ $R_2 = 0.0056353598(\Omega)$ $L_{sh} = 0.1294328923(H)$ $R_{m1}(\Omega) = R_{m2}(\Omega) = 5441836.926(\Omega)$
<b>Parametros modelo polinomial curva de saturación para alta tension</b>
$a = 9.401E-4$ $b = 4.776E-34$ $n = 21$
<b>Parametros modelo polinomial curva de saturación para baja tension.</b>
$a = 0.947579$ $b = 0.521706646864465$ $n = 21$

### 3.1.3 Transformador N°3.

Tabla 4. Resultados pruebas de rutina transformador T3

Fases	Monofásico	Potencia (kVA)	5
Grupo	----	V Nominal Primario (V)	7620
TAP Nominal	3	V Nominal Secundario (V)	240

Pérdidas Bajo Carga (85 °C)	
$P_{CC} (W)$	84.86
Pérdidas $I^2R (W)$	82.51
Pérdidas Adicionales (W)	2.35
$U_{CC} (V)$	218.62
$Z_{CC} (\%)$	3.03
$X_{CC} (\%)$	2.51
$R_{CC} (\%)$	1.70
Resistencia de Devanados (85 °C)	
Resistencia primario ( $\Omega$ )	100.681

Resistencia secundario ( $\Omega$ )	0.09023
Pérdidas en Vacío (20 °C)	
$P_0$ (W)	29.56
$I_0$ (%)	3.4

Curva de magnetización, temperatura (°C) = 25.8

	Fase u-x		
	Tensión(V)	Corriente(A)	Potencia(W)
20%	46.47	0.038	1.252
40%	95.67	0.061	4.783
60%	144.8	0.083	10.19
80%	192.2	0.122	17.56
100%	240.0	0.667	29.28
102%	243.6	0.80	30.75
104%	249.0	1.025	33.18
106%	252.6	1.2	35.33
108%	259.6	1.564	39.37
110%	264.1	1.838	42.88
112%	267.7	2.041	45.51
114%	272.9	2.430	50.59
116%	278.2	2.897	58.03
118%	283.7	3.457	63.32
120%	286.7	3.803	67.13
122%	292.1	4.598	75.01
124%	297.3	5.457	80.82
126%	303.9	6.959	97.39

Con las anteriores datos es posible calcular los parametros del modelo Pi del transformador, calculos los cuales se encuentran el Anexo 2 y cuyo resumen se presenta a contiución.

Parámetros transformador
$R_1 = 103.40866(\Omega)$ $R_2 = 0.092935844(\Omega)$ $L_{sh} = 0.77320259(H)$ $R_{m1}(\Omega) = R_{m2}(\Omega) = 5441836.926(\Omega)$

Parametros modelo polinomial curva de saturación para alta tension
a= 2.5E-4 b= 3.681E-18 n= 11
Parametros modelo polinomial curva de saturación para baja tension.
a= 0.252015625 b= 3.861647023 n= 11

En cuanto a los parámetros de la red, se utilizaron datos típicos de corriente de cortocircuito y la relación X\_R trifásica de para redes de 13.2kV y 240 V. Así los valores de resistencia e inductancia de la red se calculan a continuación.

Alta tensión, datos de la red:

Tensión nominal (kV): 13.2

Frecuencia (Hz): 60

Corriente de cortocircuito trifásica (A): 500

Relación X\_R trifásica: 5.0

Cálculo de los parámetros, inductancia ( $L_{red}$ ) y resistencia ( $R_{red}$ ) de la red para 13.2 kV.

$$R_{red} = \frac{T_{red}}{\sqrt{3} * I_{cc} * \sqrt{1 + (X_R)^2}} \quad \text{Ec. (61)}$$

$$R_{red} = \frac{13200}{\sqrt{3} * 500 \sqrt{1 + (5)^2}} = 2.98921137 (\Omega)$$

$$L_{red} = \left( \frac{1}{2\pi f} \right) * (X_{R_C}) * R_{red} \quad \text{Ec. (62)}$$

$$L_{red} = \left( \frac{1}{2\pi * 60} \right) * (5.0) * 2.98921137 = 0.039645647124(H)$$

Baja tensión, datos de la red:

Tensión nominal (kV): 0.24

Frecuencia (Hz): 60

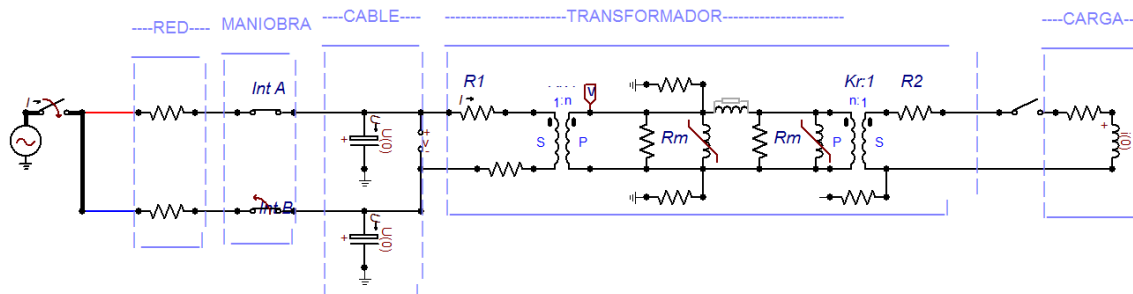
Corriente de cortocircuito trifásica (A): 200

Relación X\_R trifásica: 0.8

### 3.2 COMPARACIONES SIMULACIONES MODELO PI EN ATP Y MODELO PI IMPLEMENTADO EN FERROUV.

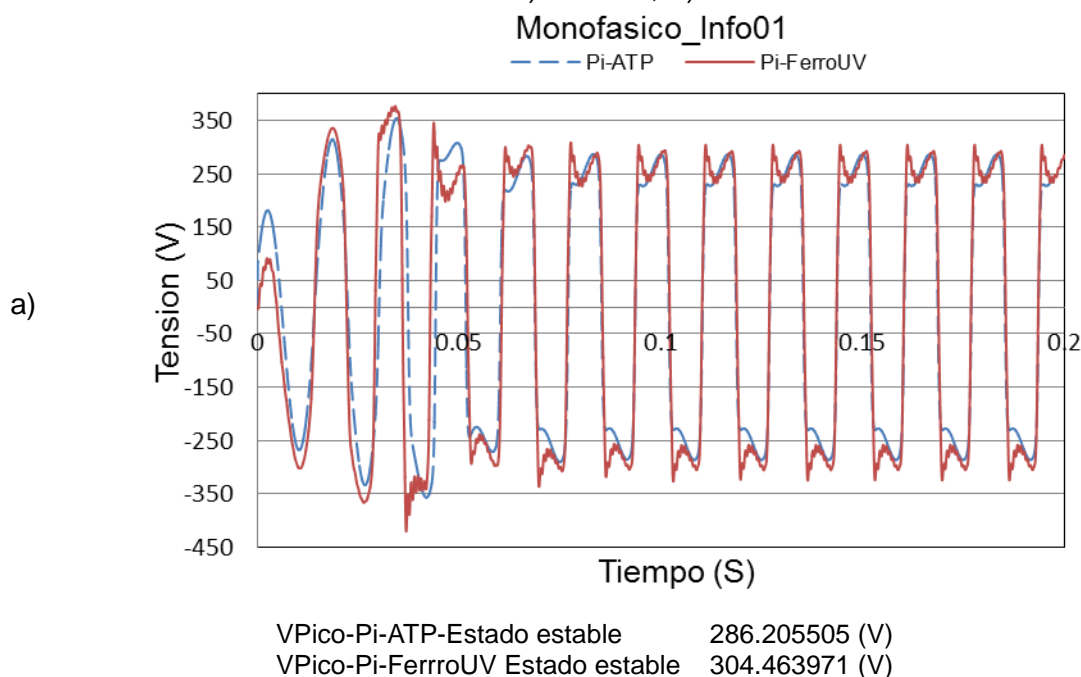
Para esta comparación se implementó el modelo Pi del aparte 2 en el software ATP; para cada uno de los componentes del modelo se utilizaron los mismos valores calculados por el software FerroUV para cada uno de los parámetros que componen el modelo. El modelo resultante implementado en ATP se muestra en la Figura 22.

Figura 22. Implementación modelo Pi en ATP.

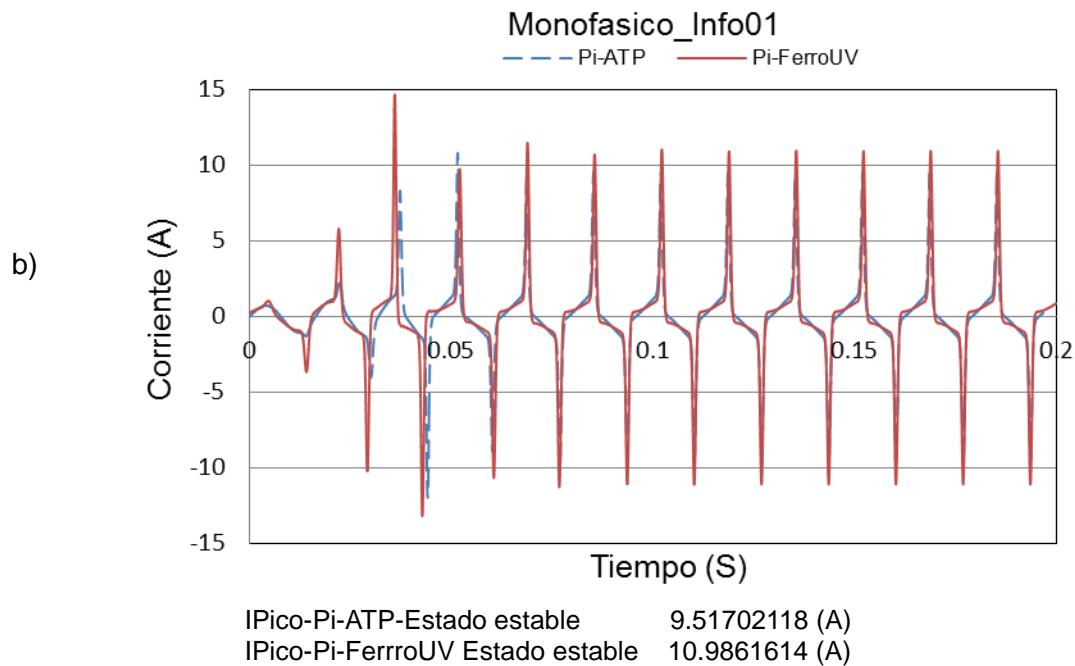


A continuación se muestran los resultados de las comparaciones de las simulaciones del modelo Pi implementado en FerroUV y el implementado en ATP para los tres transformadores del apartado 3.1, además del transformador "MonofasicoInfo\_01" con el cual se validó la programación en MATLAB en el apartado 2.3.1.

Figura 23. Comparación de resultados para las simulaciones de pruebas de ferresonancia por baja tensión del transformador "MonofasicoInfo\_01" utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente en ATP, con una capacitancia de 15uF. A) Tensión, B) Corriente.





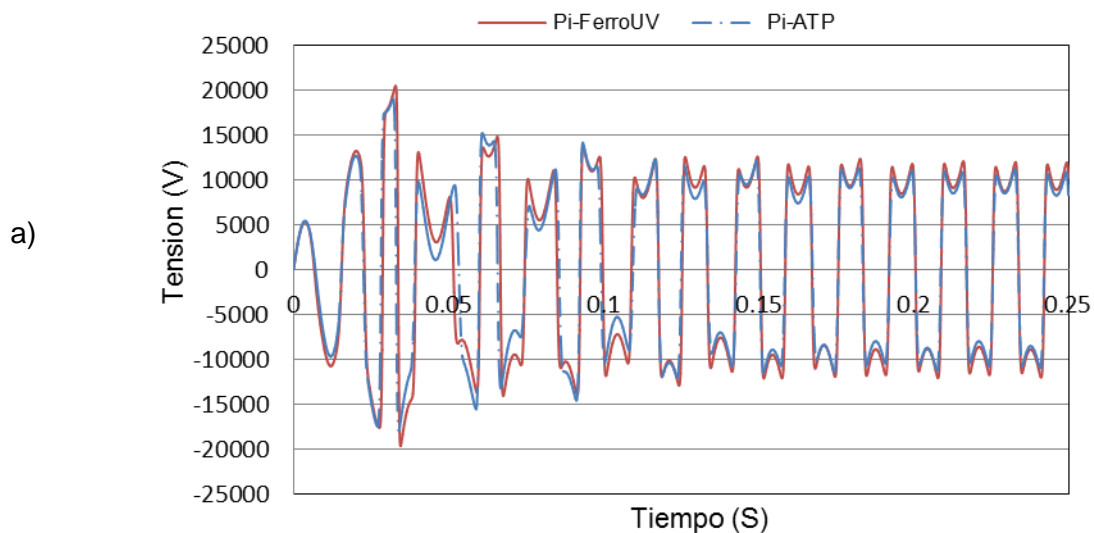


Adicional a los resultados de tensión y corriente en el devanado de prueba, de este modelo Pi implementado en FerroUV se obtienen los resultados de las gráficas de bifurcación, poincare, flujo y tensión en la carga. Resultados que no se mostraran en este documento.

Como paso siguiente en el proceso de validación de los resultados que se obtienen del modelo Pi del transformador monofásico que se implementó en FerroUV, se compararán los resultados de simulaciones del modelo Pi implementado en FerroUV contra los resultados de su equivalente en MATLAB (Figura 22). Para este fin se utilizarán los transformadores T1 y T3 cuya parametrización se realizó en el aparte 3.1. A continuación se muestran las comparaciones de los resultados de las simulaciones de estados ferresonantes de estos dos transformadores.

Figura 24. Comparación de resultados para las simulaciones de pruebas de ferresonancia por baja tensión del transformador T1 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente en ATP, con una capacitancia de  $0.009735\mu\text{F}$ . A) Tensión, B) Corriente.

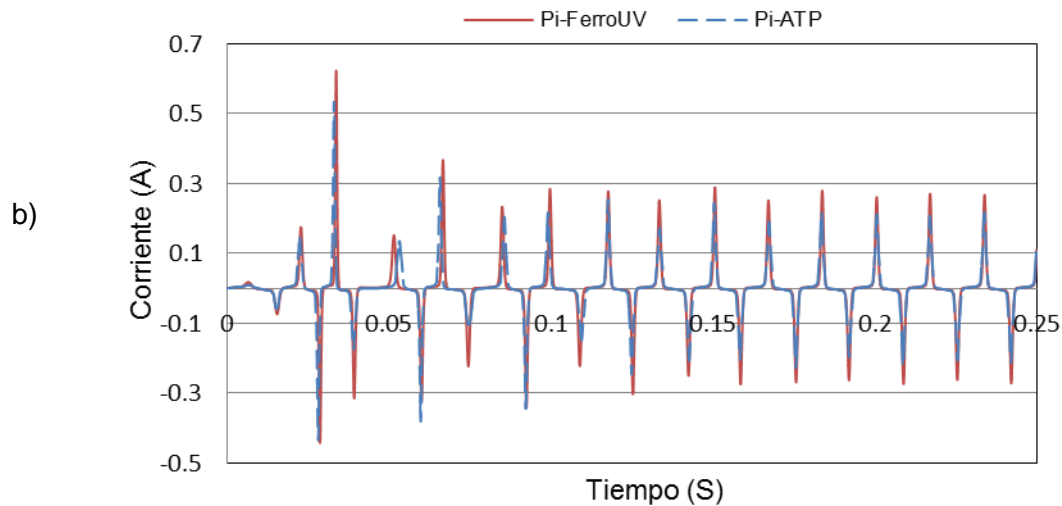
Transformador-T1- $0.009735\mu\text{f}$



VPico-Pi-ATP-Estado estable 11.1599971 (kV)

VPico-Pi-FerroUV Estado estable 12.0239591 (kV)

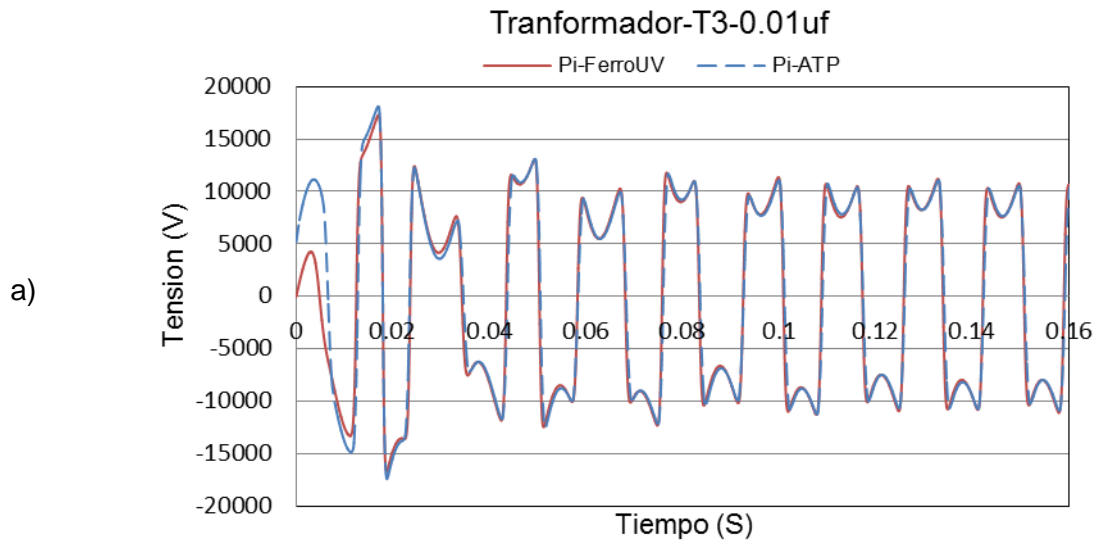
Transformador-T1- $0.009735\mu\text{f}$



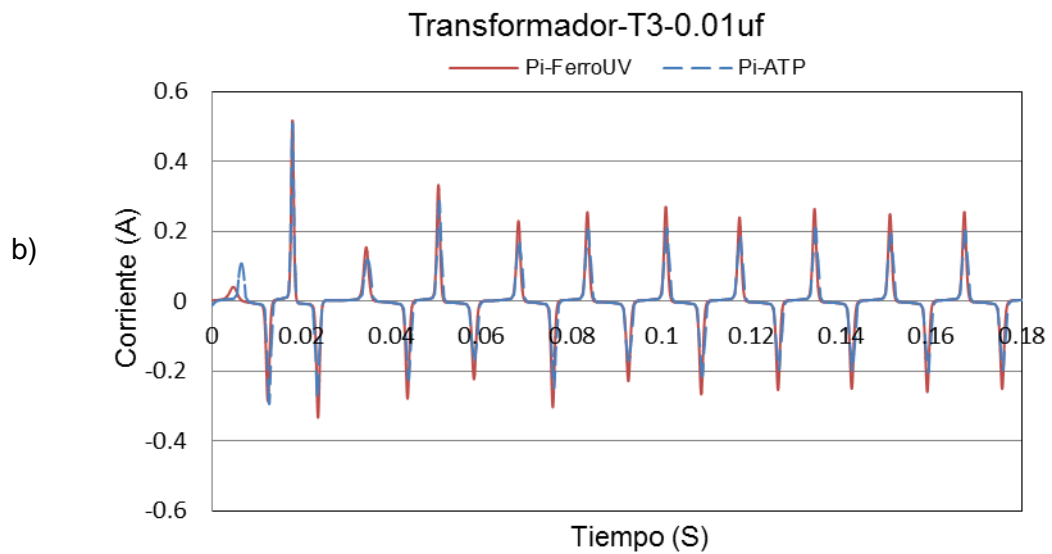
IPico-Pi-ATP-Estado estable 0.217379078 (A)

IPico-Pi-FerroUV Estado estable 0.269929485 (A)

Figura 25. Comparación de resultados para simulaciones de pruebas de ferroresonancia por alta tensión del transformador T3 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente en ATP, con una capacitancia de 0,01uF.A) Tensión, B) Corriente.

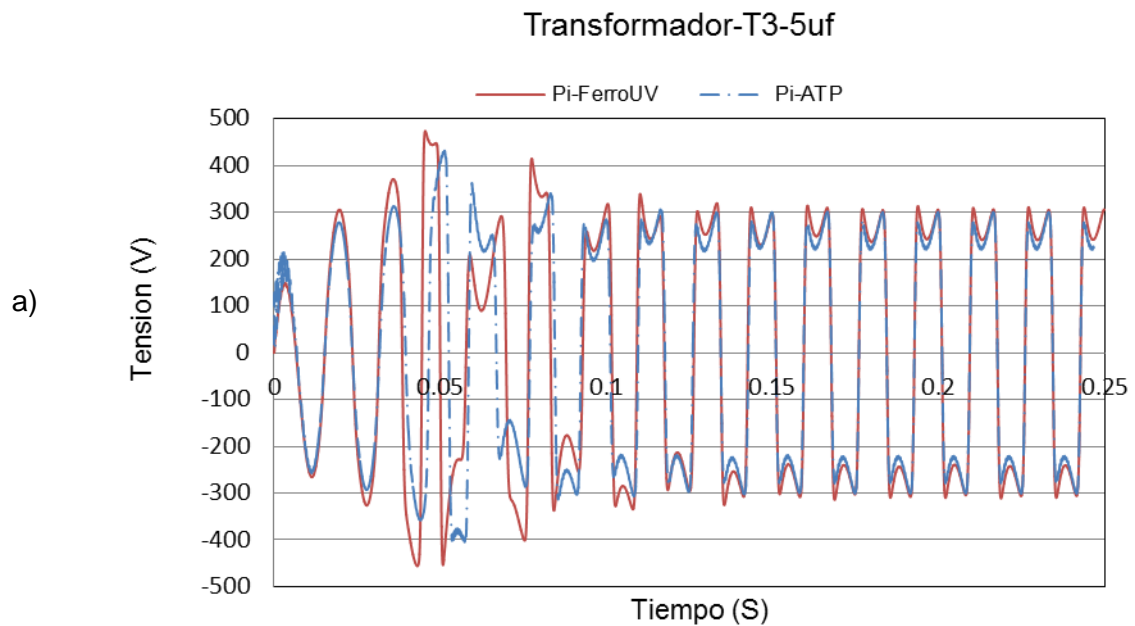


VPico-Pi-ATP-Estado estable      11078.6797 (kV)  
 VPico-Pi-FerroUV Estado estable    11209.9996 (kV)

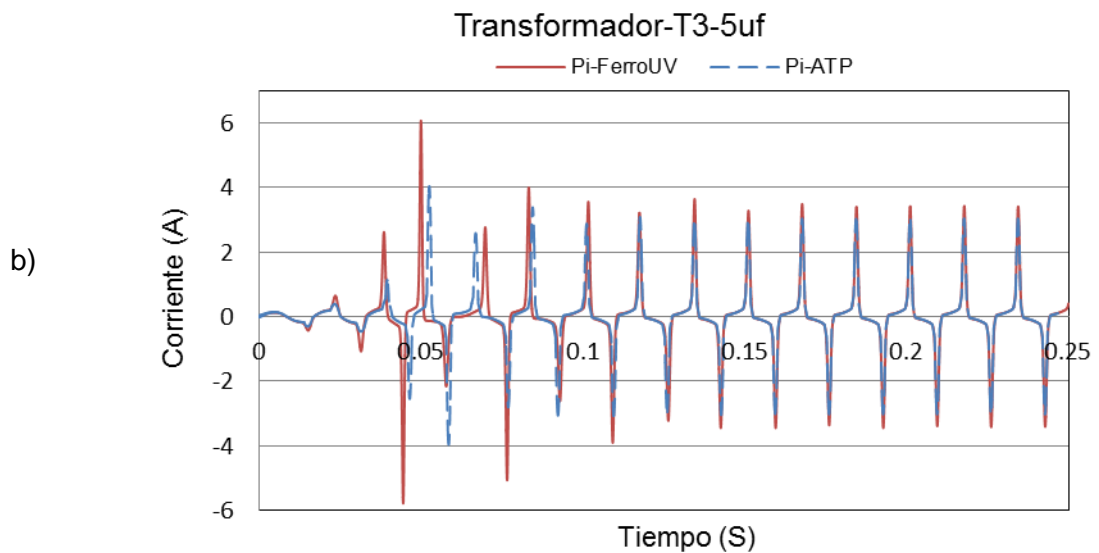


IPico-Pi-ATP-Estado estable      0.202451617 (A)  
 IPico-Pi-FerroUV Estado estable    0.255259966 (A)

Figura 26. Comparación de resultados para las simulaciones de pruebas de ferroresonancia por baja tensión del transformador T3 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente en ATP, con una capacitancia de 5uf. A) Tensión, B) Corriente.



VPico-Pi-ATP-Estado estable      300.72738 (kV)  
 VPico-Pi-FerroUV Estado estable    314.14172 (kV)

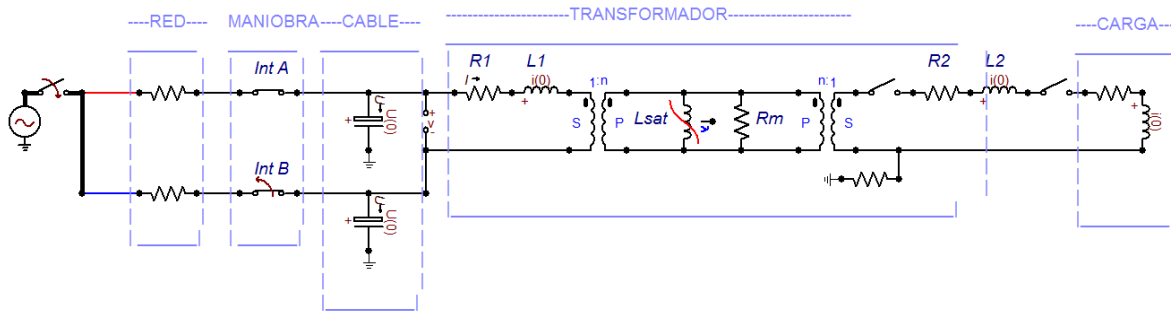


IPico-Pi-ATP-Estado estable      3.03111839 (A)  
 IPico-Pi-FerroUV Estado estable    3.48389517 (A)

### 3.3 COMPARACIÓN DE SIMULACIONES Y PRUEBAS EXPERIMENTALES.

En este aparte se compararán los resultados obtenidos en las pruebas experimentales contra los resultados de las simulaciones utilizando tanto el modelo Pi implementado en FerroUV y los de sus equivalentes T en ATP el cual se muestra en la Figura 27 y Pi en ATP(Figura 22). Esto utilizando los transformadores T1 y T2.

Figura 27. Implementación modelo T en ATP.

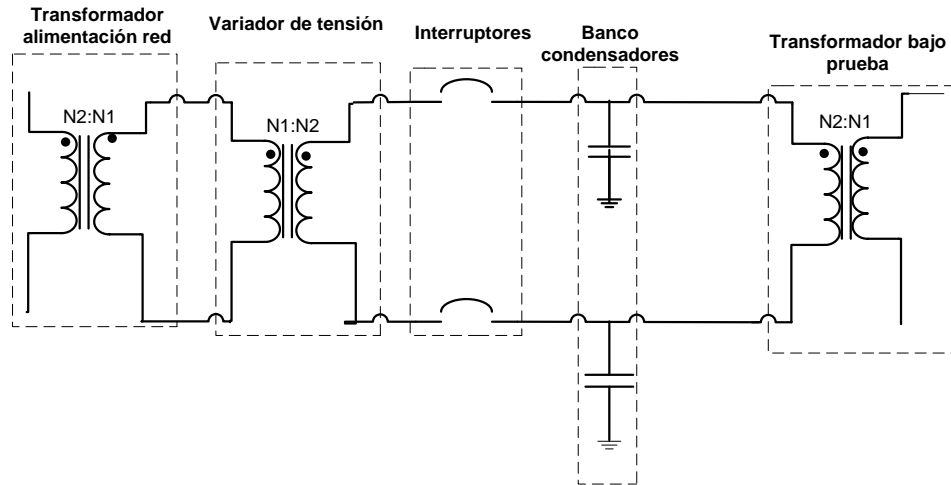


Para el montaje experimental (Figura 20) se utilizó como red el secundario de un transformador de una tensión nominal secundaria de 500 V, este a su vez se conectó a un variador de tensión el cual permitía elevar la tensión de “red” el mismo valor del devanado secundario del transformador a probar, al igual que permitía realizar el proceso de desmagnetización del transformador entre una energización y otra.

Para simular la capacitancia del cable subterráneo se utilizó un banco de condensadores el cual permitía obtener valores de capacitancia desde los 2uF hasta los 200uF, rango de valores que hacía más factible la obtención de un estado ferresonante durante las pruebas a los distintos transformadores. Estas capacitancias a su vez fueron conectadas por uno de sus terminales a los bujes del devanado secundario del transformador a probar y por el otro extremo a la barra de referencia a tierra del laboratorio.

Para controlar la conexión y desconexión de las fases del transformador se dispuso de interruptores monofásicos entre el variador y el transformador. Así siguiendo la teoría de la ferresonancia solo se alimentaba una de las fases del transformador dejando la otra abierta, logrando un circuito serie a tierra entre la inductancia del transformador y la capacitancia de la fase no alimentada; como se muestra en la Figura 28.

Figura 28. Diagrama circuital conexión pruebas experimentales



Para el almacenamiento de los datos de las pruebas se utilizó un equipo analizador de potencia el cual permitía realizar monitoreo en tiempo real de los valores de corriente, tensión, potencia y distorsión armónica, que fueron las principales variables a controlar. Datos los cuales fue posible exportar y utilizar en las comparaciones que se muestran a continuación.

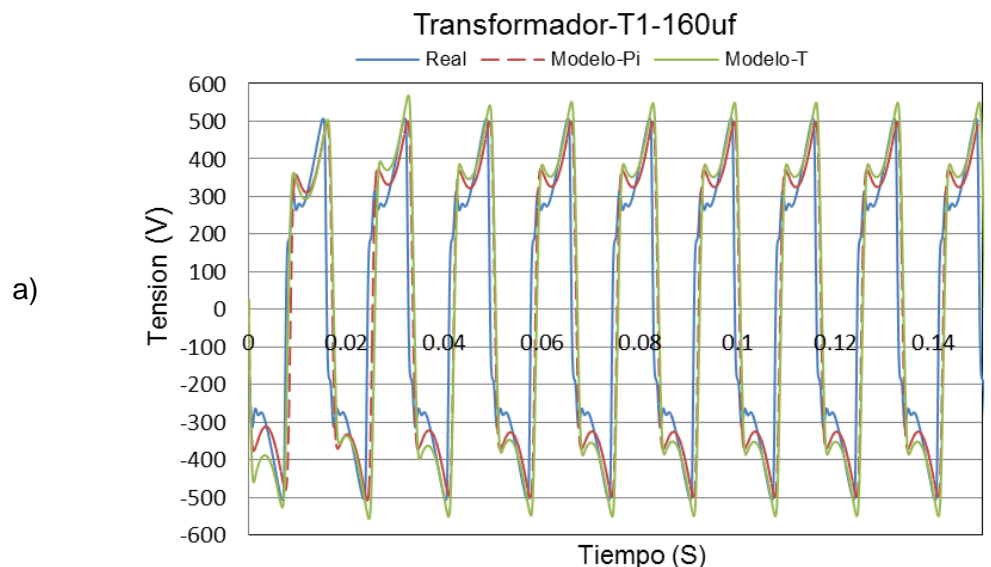
Para el transformador T1 se realizaron pruebas experimentales de ferresonancia con diferentes valores de capacitancia las cuales se resumen en la Tabla 5, y de las cuales se optó por tomar los resultados de los estados ferresonantes con 10 y 160  $\mu\text{F}$  para ser comparados contra las simulaciones.

Tabla 5. Resultado pruebas experimentales de ferresonancia transformador T1.

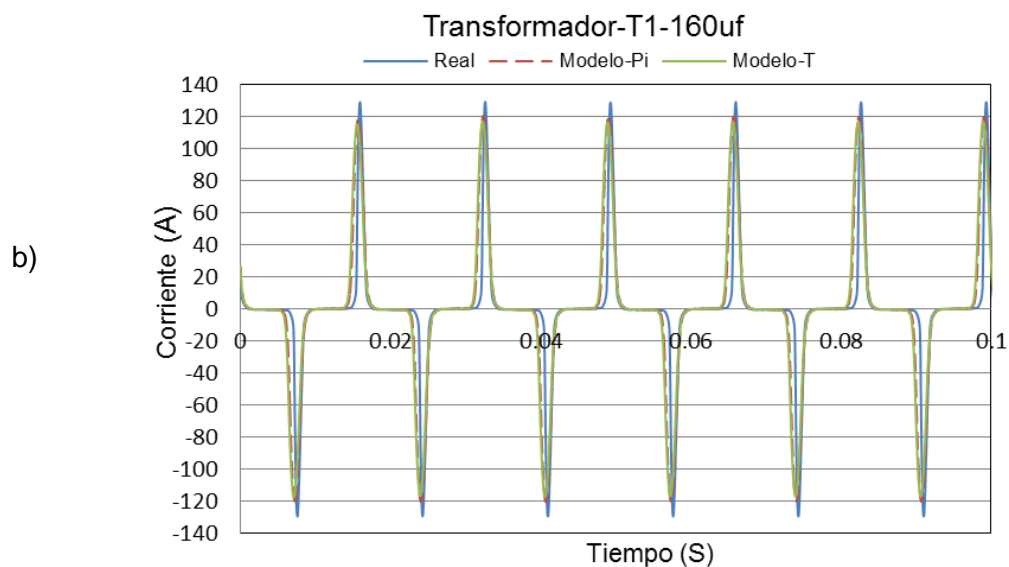
Tensión aplicada (V)	Capacidad ( $\mu\text{F}$ )	Tipo estado ferresonante
240	5	Fundamental
240	10	Fundamental
240	15	Fundamental
240	20	Fundamental
240	25	Fundamental
240	30	Fundamental
240	40	Fundamental
240	80	Fundamental
240	100	Fundamental
240	160	Fundamental

A continuación se muestran las comparaciones entre los resultados experimentales y simulados para dos de los casos de la Tabla 5.

Figura 29. Comparación de resultados para simulaciones del transformador T1 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente T en ATP, contra los resultados experimentales utilizando una capacitancia de 160uF. A).Tensión B) Corriente.

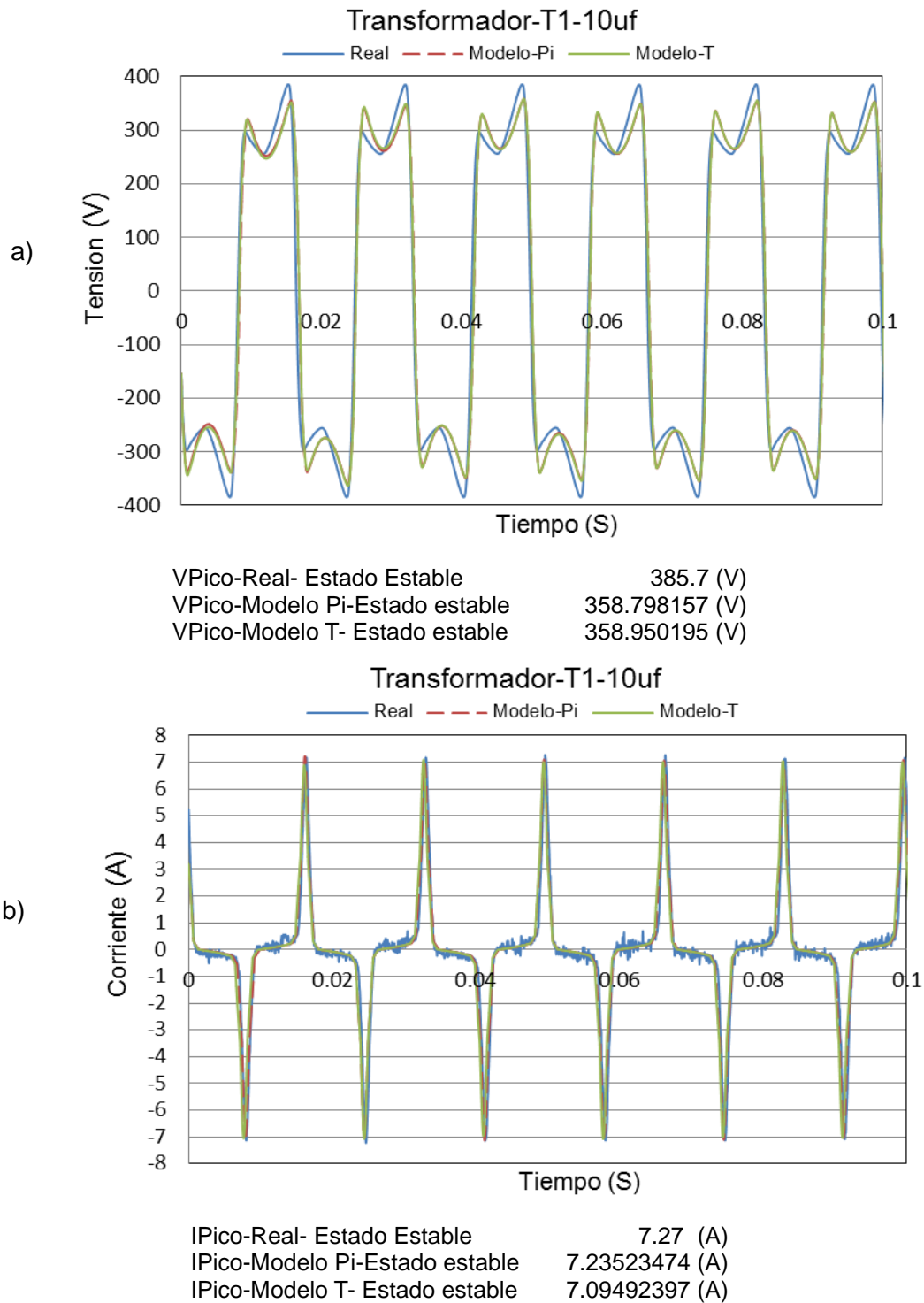


VPico-Real- Estado Estable	507.3 (V)
VPico-Modelo Pi-Estado estable	500.19598 (V)
VPico-Modelo T- Estado estable	568.46698 (V)



IPico-Real- Estado Estable	129.52 (A)
IPico-Modelo Pi-Estado estable	120.599541 (A)
IPico-Modelo T- Estado estable	117.385666 (A)

Figura 30. Comparación de resultados de simulaciones del transformador T1 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente T en ATP, contra los resultados experimentales utilizando una capacitancia de 10uF. A).Tensión B) Corriente.





Para el transformador T2 al igual que para T1 experimentalmente se probaron distintos valores de capacitancia en el intento de lograr estados ferresonantes que ayudaran a la validación, siendo más difícil en este caso la obtención de estados ferresonantes ya que en la mayoría de las pruebas se obtuvieron estados no ferresonantes. En la Tabla 6 se muestra un resumen de las pruebas realizadas.

Tabla 6. Resultado pruebas experimentales de ferresonancia transformador T2.

Tensión aplicada (V)	Capacidad ( $\mu\text{F}$ )	Tipo estado ferresonante
240	5	Sinusoidal(no ferro)
240	10	Sinusoidal(no ferro)
240	20	Sinusoidal(no ferro)
240	40	Sinusoidal(no ferro)
240	50	Sinusoidal(no ferro)
240	60	Sinusoidal(no ferro)
240	80	Fundamental
240	100	Fundamental
240	160	Fundamental

Del cuadro se observa que solo fue posible obtener estados ferresonantes para 80, 100 y 160  $\mu\text{F}$ , resultados de los cuales se eligieron los obtenidos con 80  $\mu\text{F}$  y 160 $\mu\text{F}$ , para luego ser comparados contra las simulaciones y cuyos resultados se muestran a continuación.

Figura 31. Comparación de resultados para simulaciones del transformador T2 utilizando el modelo Pi implementado en FerroUV y su equivalente T en ATP, contra los resultados experimentales utilizando una capacitancia de 80uF. A).Tensión B) Corriente.

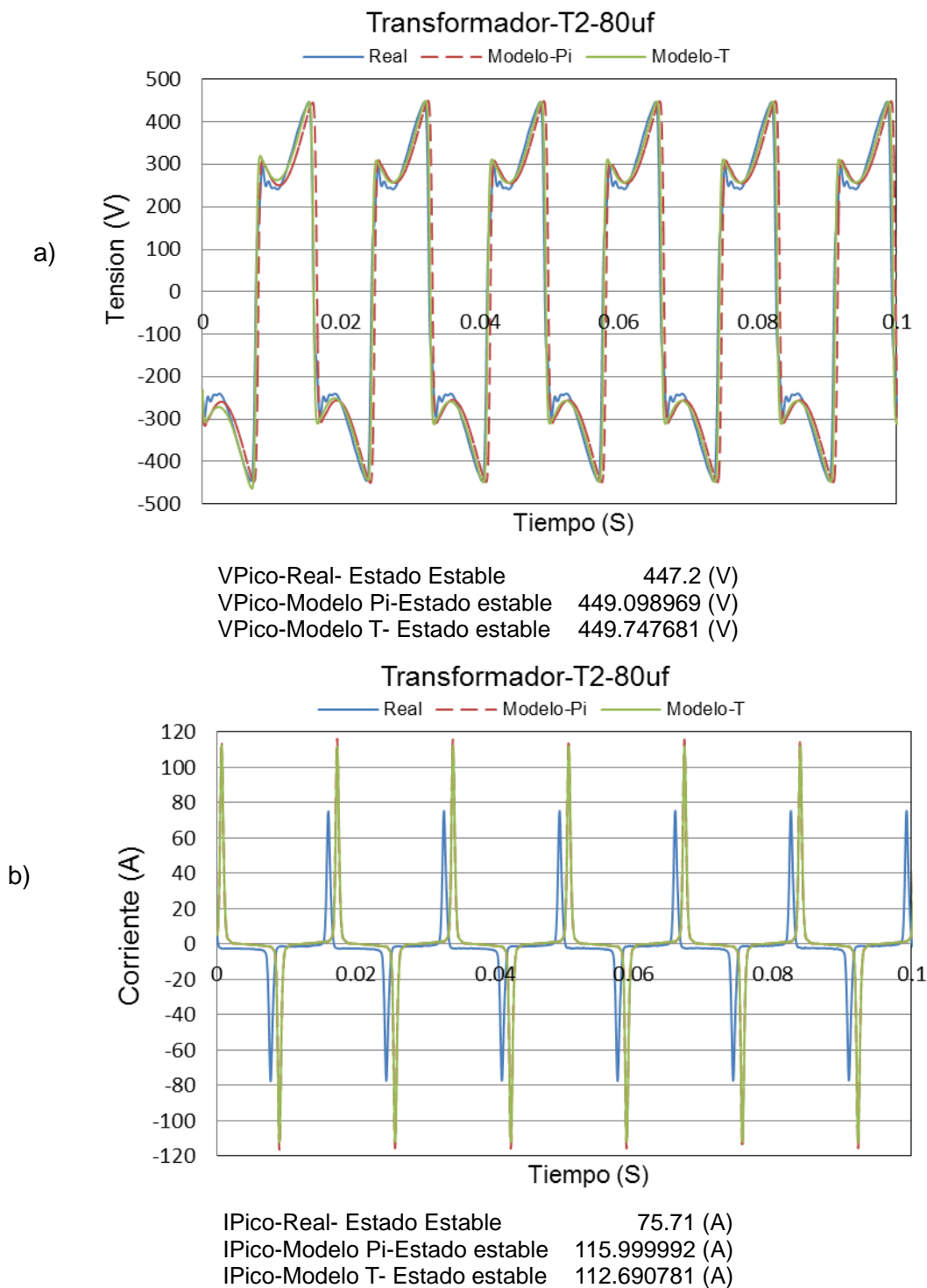
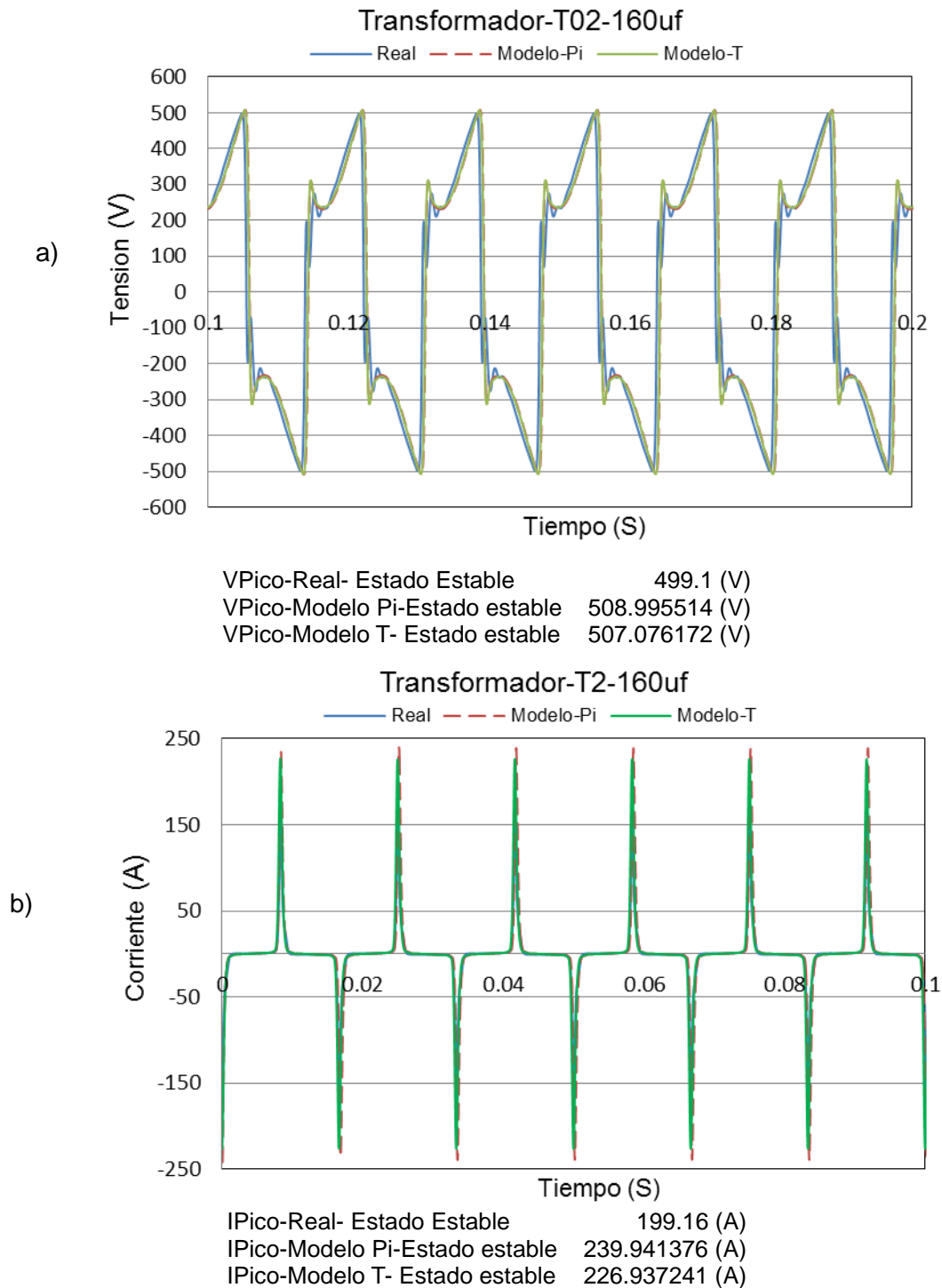


Figura 32. Comparación de resultados para simulaciones del transformador T2 utilizando el modelo Pi implementado FerroUV y su equivalente T en ATP, contra los resultados experimentales utilizando una capacitancia de 160uF. A).Tensión B) Corriente.



### 3.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS.

De los resultados del aparte 3.2 y 3.3 se puede observar claramente que la solución matemática implementada para el modelo Pi responde satisfactoriamente tanto en magnitud como forma de onda para los resultados de tensión y corriente.

La comparación de los resultados entre el modelo Pi implementado en FerroUV y los resultados de la implementación del mismo en un software como ATP, diseñado especialmente para el estudio de fenómenos transitorios en transformadores, es la prueba que permite asegurar al usuario de FerroUV la exactitud de los resultados de la aplicación para el modelo Pi; esto reconociendo que si bien los resultados no son exactamente iguales, debido a que existen diferencias como la representación de la curva de magnetización en ambos programas, dado que ATP utiliza una serie de punto de Flujo Vs Corriente mientras FerroUV utiliza una ecuación polinomial para dicha representación por lo que no todos los puntos de la curva tienen la misma relación de flujo Vs corriente; estas diferencias se observan especialmente durante el tiempo transitorio entre la energización y el estado estable aunque no representan mayor importancia para comparación de los resultados.

En cuanto a las comparaciones de los resultados de las pruebas experimentales y las simulaciones, es evidente que para el caso de las tensiones una buena parametrización del transformador permite conocer de manera bastante acertada los posibles resultados en ensayos reales a través de simulaciones. En cuanto a los resultados de las corrientes, si bien se obtienen resultados bastante aceptables, estos son más propensos a presentar diferencias a tener en cuenta respecto a los resultados reales, por el ejemplo la Figura 31 es muestra de una diferencia considerable entre los resultados de corriente durante una prueba real y los resultados obtenidos mediante simulación, aspecto que deberá ser tenido en cuenta por los usuarios. En general las desviaciones obtenidas entre resultados de simulaciones y pruebas experimentales muestran márgenes de error bajos considerando las diferencias existentes entre un ensayo real y una prueba simulada.

Entre los resultados obtenidos se trató también de encontrar posibles diferencias entre el modelo Pi y el modelo T, observando que si bien existen pequeñas diferencias en la mayoría de los casos, estas no son suficientes para tener preferencia de un modelo sobre otro; Excepto, en los resultados de tensión obtenidos en la Figura 29, en los que el modelo T muestra una pequeña diferencia representando un valor mayor de tensión, lo que nos acerca a los resultados expuestos por Francisco de León en [2] y [8] donde el autor expone que es posible encontrar diferencias entre el modelo Pi y el T, donde el modelo Pi puede representar de mejor forma el estado ferresonante de transformadores especiales con un elevado valor de inductancia de dispersión, tipo de transformadores a los cuales no se tuvo acceso en este estudio y a los que un futuro sería interesante someter a las anteriores comparaciones.

Otro resultado a destacar es la diferencia de los valores picos de las corrientes que se presentaron durante las pruebas al transformador T1 con 10  $\mu\text{F}$  y 160 $\mu\text{F}$ , pruebas en las que se obtuvo un estado ferresonante en ambos casos acompañado de una variación normal en el valor de la tensión; sin embargo, el valor de corriente pico para una capacitancia de 160 $\mu\text{F}$  fue 17.8 veces mayor que la corriente pico obtenida con una capacitancia de 10 $\mu\text{F}$ .

#### **4. CONCLUSIONES.**

- El sistema de ecuaciones propuesto para el modelo Pi del transformador monofásico permite obtener una matriz solución que al ser implementada computacionalmente permite realizar la simulación de fenómenos transitorios.
- El modelo polinomial de ajuste de curva utilizado para la representación de la característica de saturación del núcleo del transformador se ajusta perfectamente al estudio de fenómenos transitorios en transformadores monofásicos utilizando el modelo Pi para la representación del circuito electromagnético del transformador.
- La proximidad de los resultados de simulaciones de fenómenos transitorios y los resultados experimentales está fuertemente condicionada a la exactitud de la parametrización realizada a partir de los pruebas de rutina; pruebas en las cuales juegan un papel trascendental la precisión y exactitud de los equipos de laboratorio a utilizar.
- Los resultados obtenidos permiten concluir que para transformadores monofásicos sin ninguna característica constructiva especial que afecte considerablemente la relación entre los parámetros, es posible utilizar tanto el modelo Pi como el modelo T, obteniendo en ambos casos resultados aceptables para el estudio.
- Los resultados obtenidos permiten plantear que para estudios de transformadores en un régimen de operación normal y estable es preferible la utilización del modelo T del transformador, esto ya que la posible diferencia de los resultados no compensa el mayor grado de dificultad matemática y de parametrización implícita en el modelo Pi.
- Teniendo en cuenta que el modelo Pi del transformador representa de mejor forma las condiciones reales del transformador a través de un parámetro concentrado de inductancia de dispersión y dos ramas de magnetización que pueden tener valores deferentes dependiendo de simetría del núcleo, se recomienda la utilización de este modelo para la realización de estudios de investigación donde la parametrización del núcleo del transformador se haga a partir de las medidas geométricas de este.

## 5. REFERENCIAS

- [1] Grupo de Investigación en Alta Tensión, “Informe técnico final herramienta para el estudio de ferresonancia en transformadores conectados con cables”, Universidad del Valle, Cali, Colombia, 2011.
- [2] Francisco de León, Ashkan Farazmand, y Pekir Joseph, “Comparing the T and Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents”, IEEE transactions on power delivery, vol. 27, no. 4, p 2390-2390, Octubre 2013.
- [3] Ricardo López García, “Desarrollo y Validación de Modelos de Transformadores Monofásicos y Trifásicos con Saturación, para el Análisis de Armónicos en Sistemas de Potencia”, Universidad politécnica de Cataluña, departamento de ingeniería eléctrica, tesis doctoral, Barcelona, España, 2000.
- [4] E. C. Cherry, “The duality between interlinked electric and magnetic circuits and the formation of transformer equivalent circuits,” Imperial Collage., Londres, Inglaterra 1949.
- [5] G.R. Slemon, “Electric Machines and Drives”, Universidad de Toronto, Canada, 1992.
- [6] F. de León, P. Gómez, J. A. Martinez-Velasco, y M. Rioual, “Power Systems transients parameter determination”, Capítulo 4, Transformadores, 2010.
- [7] G.R. Slemon , , “Equivalent circuits for transformers and machines including non-linear effect”, IEEE - Part II: Power Engineering, October 1953.
- [8] Saeed Jazebi, Ashkan Farazmand, Brahadeesh Perinkolam Murali, y Francisco de León, “A Comparative Study on and Equivalent Models for the Analysis of Transformer Ferresonance”, IEEE transactions on power delivery, 2013.
- [9] D.C. Jiles, J.B. Thoeke, “Theory of ferromagnetic hysteresis: determination of model parameters from experimental hysteresis loops”, IEEE Transactions on magnetics, 1989.
- [10] D.C. Jiles, J.B. Thoeke and M.K. Devine, “Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis,” IEEE transactions on magnetics, 2002.
- [11] Londoño L. F, “Estado del arte de los modelos para la representación del núcleo de transformadores de distribución en estudios de ferresonancia”, Universidad del Valle, Cali, Colombia, 2010.
- [12] A. de Blas, R. Bargalló y J. de la Hoz, “Modeling Hysteresis Cycles Using the Preisach Model”, Univ. Politécnica de Cataluña, Dpto. de Ingeniería Eléctrica, Barcelona, España, 2003.

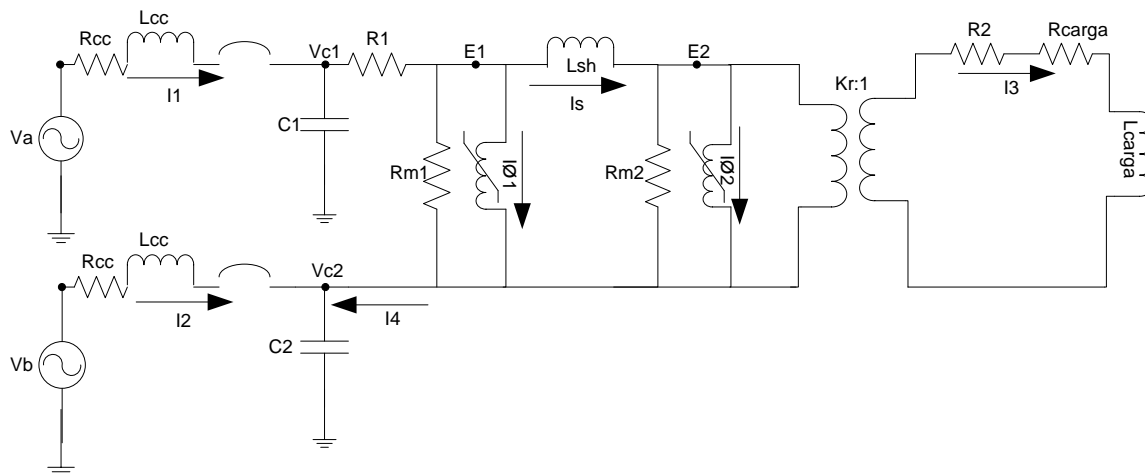
- [13] Afshin Rezaei-Zare, Majid Sanaye-Pasand, Hossein Mohseni, Shahrokh Farhangi, and Reza Iravani, "Analysis of Ferroresonance Modes in Power Transformers Using Preisach-Type Hysteretic Magnetizing Inductance", IEEE transactions on power delivery, 2007.
- [14] I.D. Mayergoyz, G. Friedman, C. Salling, "Comparison of the classical, the generalized and the inverse Preisach hysteresis models", IEEE transactions on magnetics, 1989.
- [15] Alfredo De Blas Del Hoyo, "Modelización de la histéresis magnética y su aplicación al cálculo numérico en máquinas eléctricas", Tesis doctoral, Departamento de ingeniería eléctrica universidad politécnica de Cataluña, 2005.
- [16] David L. Atherton y J. R. Beattie, "A Mean Field Stoner-Wohlfarth Hysteresis Model", IEEE Transactions on Magnetism, 1990.
- [17] Y. Saito, S. Hayano, y N. Tsuya, "Experimental verification of a Chua type magnetization model," IEEE transactions on magnetics, 1989.
- [18] Y. Saito, S. Hayano, T. Yamamura and N. Tsuya, "A representation of magnetic hysteresis", IEEE transactions on magnetics, 1993.
- [19] H. Endo, I. Marinova, S. Hayano, and Y. Saito, "Analysis of a Ferroresonant Circuit With Chaotic Behavior by Means of a Chua-Type Magnetization Model", IEEE Transactions on Magnetism, 2003.
- [20] Afshin Rezaei-Zare, Reza Iravani, Majid Sanaye-Pasand, HosseinMohseni, y Shahrokh Farhangi, "An Accurate Hysteresis Model forFerroresonance Analysis of a Transformer", IEEE transactions on power delivery, 2008.
- [21] Afshin Rezaei-Zare, Reza Iravani, y Majid Sanaye-Pasand, "Impacts of Transformer Core Hysteresis Formation on Stability Domain of Ferroresonance Modes", IEEE Transactions on Power Delivery, 2009.
- [22] Afshin Rezaei-Zare, Hossein Mohseni, Majid Sanaye-Pasand, Sh. Farhangi, y Reza Iravani, "Performance of Various Magnetic Core Models in Comparison with the Laboratory Test Results of a Ferroresonance Test on a 33 kV Voltage Transformer", Department of Electrical and Computer Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran, 2006.
- [23] S.R. Mosayyebi, A. Jalilian, "Acomparision between different methods of modeling hysteresis loopin three-phase three-legged transformers", Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, 2004.
- [24] Nicola Chiesa, Hans Kristian Hodalen, "Modeling of nonlinear and hysteretic iron-core inductors in ATP".
- [25] Dayan Giovanni Hernández Decanini, "Simulación de la Evolución Dinámica de Armónicos y su Estimación en Tiempo Real Utilizando un Filtro de Kalman", Tesis de maestría, Guadalajara, México, Junio 2002.

- [26] Hans K. Høidalen, Bruce A. Mork, Francisco Gonzalez-Molina, Dmitry Ishchenko, y Nicola Chiesa, "Implementation and verification of the Hybrid Transformer model in ATPDraw", Presentado en la conferencia internacional sobre Power Systems Transients en Lyon, France, Junio 2007
- [27] IEEE Std C57.12.90™, IEEE Standard Test Code for Liquid-Immersed Distribution, Power, and Regulating Transformers, 2006.
- [28] IEEE Std C57.12.91, IEEE Standard Test Code for Dry-Type Distribution and Power Transformers, 2001.
- [29] Tsu-huei Liu and W. Scott Meyer, "ElectroMagnetic Transients Programan EMTP", Portland, Oregon, Estados Unidos de America, 1982.
- [30] Ferreira F, Cuaderno técnico N° 190, Schneider Electric, 2000.
- [31] J. A. Martinez, B. A. Mork, "Transformer Modeling for Low- and Mid-Frequency Transients", IEEE Transactions on Power Delivery, 2005.
- [32] C.M. Arturi, "Transient simulation and analysis of a three-phase transformer following an out-of-phase synchronization", IEEE Transactions on Power Delivery, 1991.



## ANEXO 1. SOLUCIÓN MATEMÁTICA MODELO PI DEL TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

Figura 33. Circuito equivalente modelo Pi transformador monofásico.



Como primer paso se deben definir las variables para el sistema de ecuaciones, así las variables definidas serán.

Corrientes	Voltajes	Flujos
$I_1$	$E_1$	$\Phi_2$
$I_2$	$E_2$	$\Phi_1$
$I_3$	$V_{c1}$	
$I_4$	$V_{c2}$	
$I_s$		

Como paso siguiente de deben formular las diferentes ecuaciones necesarias para la solución matemática del circuito.

Determinación de ecuaciones de corriente.

Ecuaciones de mallas

$$V_a(t) = R_{cc}I_1 + L_{cc}\frac{dI_1}{dt} + V_{c1} \quad \rightarrow \quad \frac{dI_1}{dt} = \frac{1}{L_{cc}}(V_a(t) - R_{cc}I_1 - V_{c1}) \quad \text{Ec 66.}$$

$$V_b(t) = R_{cc}I_2 + L_{cc}\frac{dI_2}{dt} + V_{c2} \rightarrow \frac{dI_2}{dt} = \frac{1}{L_{cc}}(V_b(t) - R_{cc}I_2 - V_{c2}) \quad \text{Ec 67.}$$

$$V_{c1} = R_1I_4 + E_1 + V_{c2} \rightarrow \frac{dI_4}{dt} = \frac{1}{R_1}\left(\frac{dV_{c1}}{dt} - \frac{dV_{c2}}{dt} - \frac{dE_1}{dt}\right) \quad \text{Ec 68.}$$

$$E_1 = L_s\frac{dI_s}{dt} + E_2 \rightarrow \frac{dI_s}{dt} = \frac{E_1}{L_s} - \frac{E_2}{L_s} \quad \text{Ec 69.}$$

$$\frac{E_2}{K_r} = I_3(R_2 + R_{load}) + L_{load}\frac{dI_3}{dt} \rightarrow \frac{dI_3}{dt} = \frac{1}{L_{load}}\left(\frac{E_2}{K_r} - I_3(R_2 + R_{load})\right) \quad \text{Ec 70.}$$

Determinación de ecuaciones de flujo.

$$\frac{d\phi_1}{dt} \rightarrow E_1 \quad \text{Ec 71.}$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} \rightarrow E_2 \quad \text{Ec 72.}$$

Determinación de ecuaciones de tensiones.

Ecuaciones de nodos.

$$I_1 = C\frac{dV_{c1}}{dt} + I_4 \rightarrow \frac{dV_{c1}}{dt} = \left(\frac{I_1}{C} - \frac{I_4}{C}\right) \quad \text{Ec 73.}$$

$$I_2 = C\frac{dV_{c2}}{dt} - I_4 \rightarrow \frac{dV_{c2}}{dt} = \left(\frac{I_2}{C} + \frac{I_4}{C}\right) \quad \text{Ec 74.}$$

$$I_4 = \frac{E_1}{R_{m1}} + (a_1\phi_1 + b_1\phi_1^n) + I_s \rightarrow \frac{dI_4}{dt} = \frac{1}{R_{m1}}\frac{dE_1}{dt} + a_1\frac{d\phi_1}{dt} + b_1n\phi_1^{n-1}\frac{d\phi_1}{dt} + \frac{dI_s}{dt}$$

$$\frac{dE_1}{dt} = R_{m1}\left(\frac{dI_4}{dt} - a_1\frac{d\phi_1}{dt} - b_1n\phi_1^{n-1}\frac{d\phi_1}{dt} - \frac{dI_s}{dt}\right) \quad \text{Ec 75.}$$

$$I_s = \frac{E_2}{R_{m2}} + (a_2\phi_2 + b_2\phi_2^n) + I_3 \rightarrow \frac{dE_2}{dt} = \left(\frac{dI_s}{dt} - a_2\frac{d\phi_2}{dt} - b_2n\phi_2^{n-1}\frac{d\phi_2}{dt} - \frac{dI_3}{dt}\right)R_{m2} \quad \text{Ec 76.}$$

A continuación se simplifican las derivadas  $\frac{dI_4}{dt}$ ,  $\frac{dE_1}{dt}$  y  $\frac{dE_2}{dt}$ , reemplazando en cada una de ellas las derivadas de otras variables según corresponda.

Simplificación derivada  $\frac{dI_4}{dt}$

$$\begin{aligned}
\frac{dI_4}{dt} &= \frac{1}{R_1} \left( \frac{dV_{c1}}{dt} - \frac{dV_{c2}}{dt} - \frac{dE_1}{dt} \right) \\
\frac{dI_4}{dt} &= \frac{1}{R_1} \left( \frac{I_1}{C} - \frac{I_4}{C} - \frac{I_2}{C} - \frac{I_4}{C} - R_{m1} \frac{dI_4}{dt} + R_{m1} a_1 E_1 + R_{m1} b_1 n \phi_1^{n-1} E_1 + R_{m1} \frac{E_1}{L_s} - R_{m1} \frac{E_2}{L_s} \right) \\
\frac{dI_4}{dt} + \frac{R_{m1}}{R_1} \frac{dI_4}{dt} &= \frac{1}{R_1} \left( \frac{I_1}{C} - \frac{I_4}{C} - \frac{I_2}{C} - \frac{I_4}{C} + R_{m1} a_1 E_1 + R_{m1} b_1 n \phi_1^{n-1} E_1 + R_{m1} \frac{E_1}{L_s} - R_{m1} \frac{E_2}{L_s} \right) \\
\frac{dI_4}{dt} \left( 1 + \frac{R_{m1}}{R_1} \right) &= \frac{1}{R_1} \left( \frac{I_1}{C} - \frac{I_4}{C} - \frac{I_2}{C} - \frac{I_4}{C} + R_{m1} a_1 E_1 + R_{m1} b_1 n \phi_1^{n-1} E_1 + R_{m1} \frac{E_1}{L_s} - R_{m1} \frac{E_2}{L_s} \right) \\
\frac{dI_4}{dt} \left( \frac{R_{m1} + R_1}{R_1} \right) &= \frac{1}{R_1} \left( \frac{I_1}{C} - \frac{I_4}{C} - \frac{I_2}{C} - \frac{I_4}{C} + R_{m1} a_1 E_1 + R_{m1} b_1 n \phi_1^{n-1} E_1 + R_{m1} \frac{E_1}{L_s} - R_{m1} \frac{E_2}{L_s} \right) \\
\frac{dI_4}{dt} &= \frac{1}{R_{m1} + R_1} \left( \frac{I_1}{C} - \frac{2I_4}{C} - \frac{I_2}{C} + R_{m1} a_1 E_1 + R_{m1} b_1 n \phi_1^{n-1} E_1 + R_{m1} \frac{E_1}{L_s} - R_{m1} \frac{E_2}{L_s} \right) \\
\frac{dI_4}{dt} &= \frac{I_1}{(CR_1 + CR_{m1})} - \frac{2I_4}{(CR_1 + CR_{m1})} - \frac{I_2}{(CR_1 + CR_{m1})} + \frac{R_{m1} a_1 E_1}{(R_1 + R_{m1})} + \frac{R_{m1} b_1 n \phi_1^{n-1} E_1}{(R_1 + R_{m1})} \\
&\quad + \frac{R_{m1} E_1}{L_s (R_1 + R_{m1})} - \frac{R_{m1} E_2}{L_s (R_1 + R_{m1})} \\
\rightarrow \frac{dI_4}{dt} &= \frac{I_1}{(CR_1 + CR_{m1})} - \frac{I_2}{(CR_1 + CR_{m1})} - \frac{2I_4}{(CR_1 + CR_{m1})} + \frac{E_1 R_{m1}}{(R_1 + R_{m1})} \left( a_1 + b_1 n \phi_1^{n-1} + \frac{1}{L_s} \right) \\
&\quad - \frac{R_{m1} E_2}{L_s (R_1 + R_{m1})}
\end{aligned}$$

Se define una constante  $k_1(\phi_1)$  como:

$$a_1 + b_1 n \phi_1^{n-1} + \frac{1}{L_s} = k_1(\phi) \quad \text{Ec 77.}$$

Así se tiene que:

$$\frac{dI_4}{dt} = \frac{I_1}{(CR_1 + CR_{m1})} - \frac{I_2}{(CR_1 + CR_{m1})} - \frac{2I_4}{(CR_1 + CR_{m1})} + E_1 \frac{R_{m1}}{(R_1 + R_{m1})} (k_1(\phi)) - \frac{R_{m1} E_2}{L_s (R_1 + R_{m1})} \quad \text{Ec 78}$$

Simplificación derivada  $\frac{dE_1}{dt}$ .

$$\frac{dE_1}{dt} = R_{m1} \left( \frac{dI_4}{dt} - a_1 \frac{d\phi_1}{dt} - b_1 n \phi_1^{n-1} \frac{d\phi_1}{dt} - \frac{dI_s}{dt} \right)$$

$$\frac{dE_1}{dt} = R_{m1} \left( \frac{1}{R_1} \left( \frac{I_1}{C} - \frac{I_4}{C} - \frac{I_2}{C} - \frac{I_4}{C} - \frac{dE_1}{dt} \right) \right) - R_{m1} a_1 E_1 - R_{m1} b_1 n \phi_1^{n-1} E_1 - R_{m1} \frac{E_1}{L_s} + R_{m1} \frac{E_2}{L_s}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dE_1}{dt} + \frac{R_{m1}}{R_1} \frac{dE_1}{dt} &= R_{m1} \left( \frac{1}{R_1} \left( \frac{I_1}{C} - \frac{2I_4}{C} - \frac{I_2}{C} \right) \right) - R_{m1}a_1E_1 - R_{m1}b_1n\phi_1^{n-1}E_1 - R_{m1}\frac{E_1}{L_s} + R_{m1}\frac{E_2}{L_s} \\
\frac{dE_1}{dt} \left( 1 + \frac{R_{m1}}{R_1} \right) &= R_{m1} \left( \frac{1}{R_1} \left( \frac{I_1}{C} - \frac{2I_4}{C} - \frac{I_2}{C} \right) \right) - R_{m1}a_1E_1 - R_{m1}b_1n\phi_1^{n-1}E_1 - R_{m1}\frac{E_1}{L_s} + R_{m1}\frac{E_2}{L_s} \\
\frac{dE_1}{dt} \left( \frac{R_{m1} + R_1}{R_1} \right) &= R_{m1} \left( \frac{1}{R_1} \left( \frac{I_1}{C} - 2\frac{I_4}{C} - \frac{I_2}{C} \right) \right) - R_{m1}a_1E_1 - R_{m1}b_1n\phi_1^{n-1}E_1 - R_{m1}\frac{E_1}{L_s} + R_{m1}\frac{E_2}{L_s} \\
\frac{dE_1}{dt} &= \frac{R_1}{R_1 + R_{m1}} \left( \frac{R_{m1}I_1}{R_1C} - \frac{2R_{m1}I_4}{R_1C} - \frac{R_{m1}I_2}{R_1C} - R_{m1}a_1E_1 - R_{m1}b_1n\phi_1^{n-1}E_1 - \frac{R_{m1}E_1}{L_s} + \frac{R_{m1}E_2}{L_s} \right) \\
\frac{dE_1}{dt} &= \frac{R_{m1}I_1}{R_1C + R_{m1}C} - \frac{2R_{m1}I_4}{R_1C + R_{m1}C} - \frac{R_{m1}I_2}{R_1C + R_{m1}C} - \frac{R_{m1}R_1E_1}{R_1 + R_{m1}} \left( a_1 + b_1n\phi_1^{n-1} + \frac{1}{L_s} \right) \\
&\quad + \frac{R_1R_{m1}E_2}{R_1L_s + R_{m1}L_s}
\end{aligned}$$

Se toma nuevamente la constante  $a_1 + b_1n\phi_1^{n-1} + \frac{1}{L_s} = k_1((\phi_1))$ , obteniendo finalmente que:

$$\begin{aligned}
\frac{dE_1}{dt} &= \frac{R_{m1}I_1}{R_1C + R_{m1}C} - \frac{R_{m1}I_2}{R_1C + R_{m1}C} - \frac{2R_{m1}I_4}{R_1C + R_{m1}C} - \frac{R_{m1}R_1E_1}{R_1 + R_{m1}} (k_1(\phi_1)) \\
&\quad + \frac{R_1R_{m1}E_2}{R_1L_s + R_{m1}L_s}
\end{aligned} \tag{Ec 79.}$$

Simplificación derivada  $\frac{dE_2}{dt}$  :

$$\begin{aligned}
\frac{dE_2}{dt} &= R_{m2} \left( \frac{dI_s}{dt} - a_2 \frac{d\phi_2}{dt} - b_2n\phi_2^{n-1} \frac{d\phi_2}{dt} - \frac{dI_3}{dt} \frac{1}{K_r} \right) \\
\frac{dE_2}{dt} &= R_{m2} \left( \left( \frac{1}{L_s} (E_1 - E_2) \right) - a_2E_2 - b_2n\phi_2^{n-1}E_2 - \left( \frac{1}{L_{load}} \left( \frac{E_2}{K_r} - I_3(R_2 + R_{load}) \right) \right) \frac{1}{K_r} \right) \\
\frac{dE_2}{dt} &= \left( \frac{R_{m2}E_1}{L_s} - \frac{R_{m2}E_2}{L_s} - R_{m2}a_2E_2 - R_{m2}b_2n\phi_2^{n-1}E_2 - \frac{R_{m2}E_2}{L_{load}K_r^2} + \frac{R_{m2}I_3(R_2 + R_{load})}{K_rL_{load}} \right) \\
\frac{dE_2}{dt} &= \frac{R_{m2}E_1}{L_s} - R_{m2}E_2 \left( \frac{1}{L_s} + a_2 + b_2n\phi_2^{n-1} + \frac{1}{K_r^2L_{load}} \right) + \frac{I_3(R_{m2}R_2 + R_{m2}R_{load})}{K_rL_{load}}
\end{aligned}$$

Se define una nueva constante  $k_2(\phi_2)$  así:

$$\frac{1}{L_s} + a_2 + b_2n\phi_2^{n-1} + \frac{1}{K_r^2L_{load}} = k_2(\phi_2) \tag{Ec 80.}$$

Obteniendo finalmente que:

$$\frac{dE_2}{dt} = \frac{R_{m2}E_1}{L_s} - R_{m2}E_2k_2(\phi_2) + \frac{I_3(R_{m2}R_2 + R_{m2}R_{load})}{K_rL_{load}} \quad \text{Ec 81.}$$

Así el total del sistema de ecuaciones es el siguiente.

$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{V_a(t)}{L_{cc}} - \frac{R_{cc}I_1}{L_{cc}} - \frac{V_{c1}}{L_{cc}} \quad \text{Ec 82.}$$

$$\frac{dI_2}{dt} = \left( \frac{V_b(t)}{L_{cc}} - \frac{R_{cc}I_2}{L_{cc}} - \frac{V_{c2}}{L_{cc}} \right) \quad \text{Ec 83.}$$

$$\frac{dI_3}{dt} = \left( \frac{E_2}{K_rL_{load}} - I_3 \left( \frac{R_2}{L_{load}} + \frac{R_{load}}{L_{load}} \right) \right) \quad \text{Ec 84.}$$

$$\begin{aligned} \frac{dI_4}{dt} = & \frac{I_1}{(CR_1 + CR_{m1})} - \frac{I_2}{(CR_1 + CR_{m1})} - \frac{2I_4}{(CR_1 + CR_{m1})} \\ & + E_1 \frac{R_{m1}}{(R_1 + R_{m1})} (k_1(\phi)) - \frac{R_{m1}E_2}{L_s(R_1 + R_{m1})} \end{aligned} \quad \text{Ec 85.}$$

$$\frac{dI_s}{dt} = \frac{E_1}{L_s} - \frac{E_2}{L_s} \quad \text{Ec 86.}$$

$$\frac{dV_{c1}}{dt} = \left( \frac{I_1}{C} - \frac{I_4}{C} \right) \quad \text{Ec 87.}$$

$$\frac{dV_{c2}}{dt} = \left( \frac{I_2}{C} + \frac{I_4}{C} \right) \quad \text{Ec 88.}$$

$$\begin{aligned} \frac{dE_1}{dt} = & \frac{R_{m1}I_1}{R_1C + R_{m1}C} - \frac{R_{m1}I_2}{R_1C + R_{m1}C} - \frac{2R_{m1}I_4}{R_1C + R_{m1}C} \\ & - \frac{R_{m1}R_1E_1}{R_1 + R_{m1}} (k_1(\phi)) + \frac{R_1R_{m1}E_2}{R_1L_s + R_{m1}L_s} \end{aligned} \quad \text{Ec 89.}$$

$$\frac{dE_2}{dt} = \frac{R_{m2}E_1}{L_s} - R_{m2}E_2k_2(\phi) + \frac{I_3(R_{m2}R_2 + R_{m2}R_{load})}{K_rL_{load}} \quad \text{Ec 90.}$$

$$\frac{d\phi_1}{dt} = E_1 \quad \text{Ec 91.}$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} = E_2 \quad \text{Ec 92.}$$

## ANEXO 2- CÁLCULO PARÁMETROS TRANSFORMADORES VALIDACIÓN.

### Transformador N°1.

Cálculo de parámetros.

$$R_m(\Omega) = \frac{(V_{1nom})^2}{p_0} = \frac{(7620)^2}{21.34} = 2720918.463 (\Omega)$$

$$R_{m1}(\Omega) = R_{m2}(\Omega) = 2720918.463 * 2 (\Omega) = 5441836.926(\Omega)$$

$$L_m(H) = \frac{(V_{1nom})^2}{2\pi f \sqrt{\left(\frac{S_{nom} * I_0(\%)}{100}\right)^2 - p_0^2}}$$

$$L_m(H) = \frac{(7620)^2}{2\pi * 60 \sqrt{\left(\frac{3KVA * 1.856}{100}\right)^2 - 21.34^2}} = 2994.8627(H)$$

$$K_r = \frac{V_{1nom}}{V_{2nom}} = \frac{7620}{240} = 30.75$$

$$L_{sh} = \frac{\frac{V_{1nom}^2}{S_{nom}^2} \sqrt{\left(\frac{Z_{cc}(\%)*S_{nom}}{100}\right)^2 - P_{cc}^2}}{2\pi f}$$

$$L_{sh} = \frac{\frac{7.620(KVA)^2}{3(KVA)^2} \sqrt{\left(\frac{2.84(\%)*3(KVA)}{100}\right)^2 - 68.12^2}}{2\pi * 60} = 0.8757490(H)$$

$$L_1 = \frac{\frac{7.620(KVA)^2}{3(KVA)^2} \sqrt{\left(\frac{2.84(\%)*3(KVA)}{100}\right)^2 - 68.12^2}}{4\pi * 60} = 0.001161498185 (H)$$

$$L_2 = L_1 * \frac{1}{K_r^2} = 0.000001152209 (H)$$

Verificación de condiciones.

$$R_s(\Omega) \geq R_{prim} + K_r^2 * R_{sec}$$

La cual si es falsa.

$$R_1 = R_{prim}$$

$$R_2 = R_{sec}$$

Y si es verdadera.

$$R_1 = \frac{(R_s + R_{prim} - K_r^2 * R_{sec})}{2}$$

$$R_2 = \frac{(R_s - R_{prim})}{2K_r^2} + \frac{R_{sec}}{2}$$

Así como.

$$R_s(\Omega) = P_{cc} \frac{V_{inom}^2}{S_{nom}^2} = 68.12(w) \frac{7620(v)^2}{3000(VA)^2} = 439.482992 (\Omega)$$

$$R_{prim} + K_r^2 * R_{sec} = 246.58 + 31.75^2 * 0.1902 = 438.3134875(\Omega)$$

Tenemos que:

$$R_1 = \frac{(439.482992 + 246.58 - 31.75^2 * 0.1902)}{2} = 247.1647523(\Omega)$$

$$R_2 = \frac{(439.482992 - 246.58)}{2 * 31.75^2} + \frac{0.1902}{2} = 0.1907800754(\Omega)$$

Parametros modelo polinomial curva de saturación para alta tension.

$$a = 1.71E-4$$

$$b = 1.286E-18$$

$$n = 11$$

Parametros modelo polinomial curva de saturación para baja tension.

$$a = 0.172378687$$

$$b = 1.349477737$$

$$n = 11$$

## Transformador N°2.

Cálculo de parámetros.

$$R_m(\Omega) = \frac{(V_{1nom})^2}{p_0} = \frac{(7620)^2}{108.98} = 532798.6787 (\Omega)$$

$$R_{m1}(\Omega) = R_{m2}(\Omega) = 532798.6787 * 2 (\Omega) = 1056697.357(\Omega)$$

$$L_m(H) = \frac{(V_{1nom})^2}{2\pi f \sqrt{\left(\frac{S_{nom} * I_0(\%)}{100}\right)^2 - p_0^2}}$$

$$L_m(H) = \frac{(7620)^2}{2\pi * 60 \sqrt{\left(\frac{37.5KVA * 0.36}{100}\right)^2 - 108.98^2}} = 1933.072152(H)$$

$$K_r = \frac{V_{1nom}}{V_{2nom}} = \frac{7620}{240} = 30.75$$

$$L_{sh} = \frac{\frac{V_{1nom}^2}{S_{nom}^2} \sqrt{\left(\frac{Z_{cc}(\%)*S_{nom}}{100}\right)^2 - P_{cc}^2}}{2\pi f}$$

$$L_{sh} = \frac{\frac{7.620(KVA)^2}{37.5(KVA)^2} \sqrt{\left(\frac{3.28(\%)*37.5(KVA)}{100}\right)^2 - 341.10^2}}{2\pi * 60} = 0.1294328923(H)$$

Verificación de condiciones.

$$R_s(\Omega) \geq R_{prim} + K_r^2 * R_{sec}$$

La cual si es falsa.

$$R_1 = R_{prim}$$

$$R_2 = R_{sec}$$

Y si es verdadera.

$$R_1 = \frac{(R_s + R_{prim} - K_r^2 * R_{sec})}{2}$$

$$R_2 = \frac{(R_s - R_{prim})}{2K_r^2} + \frac{R_{sec}}{2}$$

Así como.

$$R_s(\Omega) = P_{cc} \frac{V_{1nom}^2}{S_{nom}^2} = 341.10(w) \frac{7620(v)^2}{37500(VA)^2} = 14.08410086 (\Omega)$$

$$R_{prim} + K_r^2 * R_{sec} = 8.079 + 31.75^2 * 0.00517 = 13.29068313(\Omega)$$



Tenemos que:

$$R_1 = \frac{(14.08410086 + 8.079 - 31.75^2 * 0.00517)}{2} = 8.475708868(\Omega)$$

$$R_2 = \frac{(14.08410086 - 8.079)}{2 * 31.75^2} + \frac{0.00517}{2} = 0.0056353598(\Omega)$$

Parametros modelo polinomial curva de saturación para alta tension.

$$a = 9.401E-4$$

$$b = 4.776E-34$$

$$n = 21$$

Parametros modelo polinomial curva de saturación para baja tension.

$$a = 0.947579$$

$$b = 0.521706646864465$$

$$n = 21$$

### Transformador N°3.

Cálculo de parámetros.

$$R_m(\Omega) = \frac{(V_{1nom})^2}{p_0} = \frac{(7620)^2}{29.56} = 1964289.5811(\Omega)$$

$$R_{m1}(\Omega) = R_{m2}(\Omega) = 2 * 1964289.5811(\Omega) = 3928579.162(\Omega)$$

$$L_m(H) = \frac{(V_{1nom})^2}{2\pi f \sqrt{\left(\frac{S_{nom} * I_0(\%)}{100}\right)^2 - p_0^2}}$$

$$L_m(H) = \frac{(7620)^2}{2\pi * 60 \sqrt{\left(\frac{5KVA * 3.4}{100}\right)^2 - 29.56^2}} = 920.0187236(H)$$

$$K_r = \frac{V_{1nom}}{V_{2nom}} = \frac{7620}{240} = 31.75$$

$$L_{sh} = \frac{\frac{V_{1nom}^2}{S_{nom}^2} \sqrt{\left(\frac{Z_{cc}(\%)*S_{nom}}{100}\right)^2 - P_{cc}^2}}{2\pi f}$$

$$L_{sh} = \frac{\frac{7.620(KVA)^2}{5(KVA)^2} \sqrt{\left(\frac{3.03(\%)*5(KVA)}{100}\right)^2 - 84.86^2}}{2\pi * 60} = 0.77320259(H)$$

Verificamos de condiciones.

$$R_s(\Omega) \geq R_{prim} + K_r^2 * R_{sec}$$

La cual si es falsa

$$R_1 = R_{\text{prim}}$$

$$R_2 = R_{\text{sec}}$$

Y si es verdadera.

$$R_1 = \frac{(R_s + R_{\text{prim}} - K_r^2 * R_{\text{sec}})}{2}$$

$$R_2 = \frac{(R_s - R_{\text{prim}})}{2K_r^2} + \frac{R_{\text{sec}}}{2}$$

Así como.

$$R_s(\Omega) = P_{cc} \frac{V_{inom}^2}{S_{nom}^2} = 84.86(w) \frac{7620(v)^2}{5000(VA)^2} = 197.0937994 (\Omega)$$

$$R_{\text{prim}} + K_r^2 * R_{\text{sec}} = 100.681 + 31.75^2 * 0.09023 = 191.638479(\Omega)$$

Tenemos que:

$$R_1 = \frac{(197.0937994 + 100.681 - 31.75^2 * 0.09023)}{2} = 103.40866(\Omega)$$

$$R_2 = \frac{(197.0937994 - 100.681)}{2 * 31.75^2} + \frac{0.09023}{2} = 0.092935844(\Omega)$$

Parametros modelo polinomial curva de saturación para alta tension.

$$a = 2.5E-4$$

$$b = 3.681E-18$$

$$n = 11$$

Parametros modelo polinomial curva de saturación para baja tension.

$$a = 0.252015625$$

$$b = 3.861647023$$

$$n = 11$$

### **ANEXO 3 - FUTUROS TRABAJOS.**

- Desarrollo matemático, implementación computacional y validación del modelo Pi para transformadores trifásicos.
- Implementar en la herramienta FerroUV un modelo del transformador monofásico que considere la característica de histéresis del núcleo en lugar de la característica de saturación, que es como lo hacen los dos modelos con los que cuenta en la actualidad.

### **ANEXO 4 - REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMPLEMENTARIAS.**

- Salgado N, Bautista A, “Estado del arte de los métodos de cálculo para el estudio de la ferresonancia en transformadores conectados con cables”, Universidad del Valle, Cali, Colombia, 2010.
- V . Castillo, G. Idarraga, “Análisis de Modelo de Transformadores para la Simulación de la Protección Diferencial”, Universidad Nacional de San Juan, San Juan, Argentina, 2010.
- A. Martinez, A. Mork, “Transformer Modeling for Simulation of Low-Frequency Transients”, IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2003.
- Francisco de León, Adam Semlyen, “A Simple Representation of Dynamic Hysteresis Losses in Power Transformers”, IEEE Transactions on Power Delivery, 1995.
- ATPDraw Windows Version 5.7, <http://www.atpdraw.net>, Consulta: septiembre de 2013.
- Interactiva MATLAB Tutorial, [https://www.mathworks.com/academia/student\\_center/tutorials/register.html](https://www.mathworks.com/academia/student_center/tutorials/register.html), Consulta: septiembre de 2013.
- Toma S. Parker, Leon O. Chau, "Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems", Capitulo cuatro, Integración de trayectorias, Departamento de Ingeniería Eléctrica y ciencias de la computación, Universidad de Carolina, 1989.
- M. R. Iravani, A. K Chaudhary, W. J Giesbrecht, I. E. Hassan, A. J. Keri, K. C. Lee, J. A. Martinez, A. S. Morehed, B. A. Mork, M. Parniani, A. Sharshar, D. Shirmohammadi, R. A. Walling y D.A Woodford, "Modeling and Analysis Guidelines for Slow Transients-Part II: The Study of Ferroresonance, IEEE Transactions on Power Delivery, 2000.
- Ewals F. Fuchs and Yiming You, "Measurement of  $\lambda$ -i Characteristics of Asymmetric Three-Phase Transformers and Their Application", IEEE Transactions on Power Delivery, 2002.

-Paul S. Moses, Mohammad A. S. Masoum y Hamid A. Toliyat, "Dynamic Modeling of Three-Phase Asymmetric Power Transformer With Magnetic Hysteresis: No Load and Inrush Conditiond", IEEE Transactions on Energy Conversion, 2010.

-D. Lederer, H. Igarashi, A. Kost y T. Honna, "On the Parameter Identification and Application of the Jiles-Atherton Hysteresis Model For Numerical Modelling of Measured Characteristics", IEEE Transactions on Magnetics, 1999.

-Bodger. P.S Irwin. P.D.. Woodford. D.A.. Gole. A.M.. "Bifurcation Route to Chaos for a Ferroresonant Circuit Using an Electromagnetic Transients Program". IEE Proc. Gener. Transm Distrib, 1996.